LAS IMÁGENES Y LAS PREGUNTAS EN LA ESCUELA

Ana Bressan - Silvia Pérez - Betina Zolkower
Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática (GPDM)

Los problemas en la escuela

En general, lo que se denominan problemas escolares resultan ser los problemas de enunciados o *word problems* (problemas de palabras). A través de ellos se busca conectar a los alumnos con el mundo cotidiano o real exigiéndoles un proceso de modelización matemática de la situación dada. Sin embargo, muchas veces este cometido no se logra, más bien se obtiene el resultado opuesto: exclusión de consideraciones realistas y suspensión del sentido común (Bonotto. 2003).
Esto se refleja claramente en los enunciados que producen los propios alumnos donde parodian los problemas que nosotros les damos.
Veamos ejemplos de enunciados elaborados por alumnos de 8º, 6º y 4º años de EGB:

- Un cargamento de camiones debe llevar 723,24 toneladas de harina y solo puede llevar 125,2. ¿Cómo puede repartir la mercadería? (8º)
- Un camionero tenía que entregar 723,24 latas de tomates a un supermercado y le afanaron 125,1. ¿Cuántas latas le quedaron para entregar? (8º)
- Si un barril contenía 123,9 litros de leche ¿cuánto contendrán 4,6 barriles? ¿Y 9,8? (8º)
- Si en la biblioteca hay 93.794.650 libros para ordenar en 87 estantes ¿cuántos libros se podrán poner en cada uno de esos estantes? (6º)
- Yo tengo 543 mandarinas y me comí 325 mandarinas y quedaron 218 mandarinas.(6º)
- Adrián tiene 8647 pelos y se cortó 258. ¿Cuántos pelos le quedan? (6º)
- Juan salió a pasear con sus padres y su hermana. Decidieron saltar porque tenían frío: él saltó 20 veces, su mamá 30, su papá 25 y María 15 ¿cuántos saltos dieron entre todos? (4º)

Estos problemas nos muestran: palabras y formulaciones estereotipadas, todos los datos altamente estructurados y contextos impropiamente usados o forzados. En realidad, la generalidad de los problemas escolares encubren el objetivo de aplicar operatoria, más que el de formar la habilidad de resolver problemas. Esto se refuerza tanto con las soluciones apreciadas, ya que suelen ser solo simbólicas, y con la corrección que se centra en la respuesta de las operaciones descontextualizadas. Así, esta falta de interés generada por el uso inadecuado de contextos, se traduce en la ausencia de respuestas explícitas al problema o en respuestas disparatadas.

¿Cómo son los problemas en la vida real y cómo son en la escuela?

Si analizamos los problemas de nuestra cotidianeidad y los escolares, encontramos que presentan varias diferencias. Mientras que los primeros suelen necesitar información que no dan y apelan al

uso de formas de razonamiento personales, requiriendo saberes informales y de la lógica del sentido común; los segundos poseen todos los datos necesarios en su enunciado, se ajustan estrictamente a lo aprendido en la clase y su solución es inmediata, por lo general, a través del uso de técnicas o destrezas de cálculo, no llegando a cuestionar ideas previas ni concepciones de nuestros alumnos.
Otra diferencia remarcable que existe entre unos y otros es que los problemas en la vida real frecuentemente nos llegan o los formulamos en **forma de preguntas abiertas y variadas** (que nos hacemos a nosotros mismos o a otros). En ellos, la búsqueda de información es posterior, si es que la pregunta nos ha resultado suficientemente importante. Muchas de esas preguntas provienen de nuestras necesidades cotidianas o de ver, leer o escuchar información de dentro y fuera de la matemática misma. (¡Quién puede discutir hoy que el diario o el noticiero no son una fuente de preguntas y problemas!).
En cambio, en los problemas de aula, generalmente aparecen preguntas altamente estructuradas que suelen cerrar los enunciados verbales, "*…reduciéndose a unas pocas importantes (que son las que se responden en la escuela) con sus correspondientes respuestas empaquetadas en libros de texto o almacenadas en la mente del maestro".* (Coronado. 2005)

El rol de los contextos

El papel de los contextos en la resolución de problemas matemáticos (y no matemáticos) es fundamental a la hora de brindarles a los alumnos un espacio para usar su experiencia previa y su sentido común y elaborar, argumentar y validar diversas estrategias de resolución. En el marco de la Educación Matemática Realista (RME) los contextos son considerados como un aspecto intrínseco al problema, en tanto permitirían a los alumnos imaginar la situación planteada, representarla esquemáticamente mediante un modelo y, por medio de esta modelización, llegar a una resolución del problema en cuestión.
Dice Freudenthal: *"Tratar al contexto como un ruido susceptible de perturbar la claridad del mensaje matemático es un error; el contexto por sí mismo es el mensaje, siendo las matemáticas un medio para decodificarlo*" (1991, p75).
Aunque hoy es muy discutido si los contextos escolares en matemática deben ser o no realistas, seguimos verificando en la práctica la importancia que tienen los mismos en orden a construir el significado de la situación y generar estrategias adecuadas para la resolución de la misma. (Bonotto, 2003; Martínez y otros, 2002; Rabino, 2001; Abreu, G. 2000; Meira, 2000)
En particular, las situaciones presentadas de manera **pictográfica** o **con imágenes** (a través de postales, fotos, dibujos, gráficos, etc.) cobran un papel de gran importancia para ayudar a los alumnos en la **comprensión de qué significa un contexto, el arte de preguntar con pertinencia y el proceso de razonamiento con apoyatura visual.**

El rol de las preguntas

Opinaba el Dr. Santaló en los Módulos de Prociencia: *"No basta con que nosotros propongamos a nuestros alumnos problemas estimulantes. ¿Por qué no sugerirles que inventen problemas? Podemos considerarlo como un objetivo a lograr en nuestra enseñanza"* (1986) *y en otro texto expresa:"Cuando los alumnos se sienten motivados o interesados en un problema, naturalmente ven estimulada su creatividad y la capacidad de formularse preguntas respecto del mismo. Esto genera la necesidad de resolver o dar respuesta a esos interrogantes, estimulando a su vez la producción de ideas, estrategias de resolución, puesta en juego de conocimientos previos, etc. Se trata de aprovechar y avivar la curiosidad de los alumnos también para proponer problemas y no*

sólo para resolverlos….. Es a través de esta acción alternada entre proponer y resolver que la matemática avanza y crece”. (Santaló. 1997).
Una regla fundamental del método científico es plantearse preguntas, analizar su sentido, transformarlas en hipótesis y ponerse a trabajar para probarlas. “*Es fundamental la formulación de preguntas precisas, para las cuales “no existen respuestas definitivas, y ello simplemente porque no existen preguntas finales”* (Bunge, 1980)
En el marco de un trabajo continuado con la metodología científica con niños de mi escuela, resultó impactante cómo desarrollaron la habilidad de observar con curiosidad el mundo que los rodea e interpretarlo preguntándose con pertinencia. Un ejemplo puede ser ilustrativo: un alumno de 4° grado (2005), interrumpe una discusión grupal sobre la definición del tema para un trabajo de feria de ciencias, acotando: “*Eso no lo podemos hacer (refiriéndose a una posible investigación sobre volcanes y preguntas formuladas por sus compañeros imposibles de contestar en orden a los recursos disponibles). ¿No ven que no tenemos una **buena** pregunta?”.* Este comentario encierra una importante síntesis: una buena pregunta es aquella que nos plantea algo interesante, motivador, atrayente, pero también debe estar al alcance de nuestras posibilidades de ser respondida. Preguntas que nos exceden pueden interesarnos, pero no ponernos en marcha hacia su respuesta.
Es interesante estar atentos a las preguntas espontáneas o relacionadas con sus experiencias de la vida real, formuladas por los alumnos en distintas circunstancias y que pueden ser usadas y aprovechadas en la clase de matemática (Por ejemplo, un alumno de 4º grado, viendo pasar a la directora a dar el saludo de entrada preguntó: *¿Cuántos días más va a saludar la directora hasta fin de año?,* lo cual llevó a todo 4º grado a la profundización del calendario y dos días de fructífero trabajo). La significatividad de estas preguntas, invita a los chicos a trabajar con entusiasmo sobre ellas y permiten al docente establecer conexiones con otros contenidos de su planificación.
La categorización o selección de buenas preguntas es un trabajo conjunto que se basa en el uso del sentido común y las experiencias anteriores de los alumnos y en sus posibilidades de conjeturar con fundamento, dando cuenta además, de sus estilos propios de razonamiento.

Juntando las imágenes y las preguntas

La experiencia que se relata más abajo, llevada a cabo en aulas de 5º grado, ejemplifica cómo el uso de imágenes abiertas permite que los alumnos asuman el rol de diseñadores de problemas en tanto y en cuanto no hay una formulación previa del mismo (Zolkower y otros, 2002).
Las preguntas surgen a partir de la observación de la imagen y deben ser formuladas y discutidas por los propios alumnos.
Dada la amplitud contextual de una imagen, es posible esperar un cúmulo de preguntas de distinta índole, no todas de interés matemático. Si bien el maestro debe tener claro el contenido hacia el cual quiere guiar su clase al presentar la imagen, es muy importante aprovechar el total de preguntas formuladas por los alumnos para analizar su lógica en función de diversos intereses. Por ejemplo, en relación con sus posibilidades de ser respondidas desde la matemática o desde otras áreas, (o bien,), de darles respuesta inmediata o no, o bien, por su interés para el estudio dentro del grado, justificando en todos los casos su clasificación.
En relación con nuestra experiencia, el objetivo prioritario del docente fue establecer una relación de proporcionalidad entre elementos de una foto y los de la realidad. Las imágenes constituyen un contexto que pone en juego de forma natural el concepto de proporcionalidad (Freudenthal, 1985, 1991). La mayoría de nosotros podemos experimentar una intuición visual acerca de lo desproporcionado o no de una imagen. A partir del trabajo con una imagen se puede establecer una transición paulatina en la noción de razón, desde un aspecto cualitativo (*es más o menos proporcionado, no es así en la realidad, no puede ser que esto tenga este tamaño con respecto a esto, etc.)* hacia otro cuantitativo. Vale decir que la certeza visual intuitiva, perceptiva, de algo

proporcionado (o desproporcionado) en la imagen, puede llegar a indicarse como una relación numérica (razón o factor de proporcionalidad).

La experiencia

Relata la docente Silvia Pérez (co-autora de este artículo): "Durante el ciclo lectivo 2001, surgió con los alumnos de 5° año de EGB del Instituto Dante Alighieri en el cual me desempeño, y a través de la coordinadora de Educación Ambiental del colegio, Ing. Silvana Alzogaray, el ofrecimiento de trabajar en el área de Ciencias Naturales de manera conjunta con la Universidad Nacional del Comahue y la SNAP (Sociedad Naturalista Andino Patagónica) en pos de la conservación de las especies silvestres. Específicamente se trataba de censar picaflores rubí (***Sephanoides-sephanoides***) en distintas estaciones del año para conocer el estado de conservación de la especie y concientizar a la población acerca de la necesidad de mirar a nuestro alrededor, descubrir la biodiversidad que nos rodea y conocerla (un poco) más para poder cuidarla. Aceptamos gustosos la propuesta, sin imaginar la enorme repercusión que este trabajo tendría en la comunidad de nuestra ciudad, San Carlos de Bariloche. En octubre del 2001 presentamos los resultados del primer censo realizado durante la primavera en la Semana de las Aves (Muestra local organizada por la Asociación Piuké) y en la muestra itinerante que la mencionada ONG organizara por la región. Realmente nos sorprendió la respuesta de la gente.
En el marco de esta exposición apareció una abuelita, amante de los picaflores, quien motivada después de haber escuchado a los chicos, nos trajo la postal con la foto del picaflor más pequeño del mundo llamado "picaflor abeja, zunzuncito cubano o picaflor mosca" (***Mellisuga helenae***). La señora no sólo nos dejó la foto, (ver foto del picaflor posado sobre un lápiz), sino que además nos trajo un lápiz exactamente igual al de la foto para que "nos diéramos una idea del tamaño real del picaflor". Sin saberlo, acababa de darnos la oportunidad, a los chicos y a mí, de ampliar (un poquito) nuestros conocimientos, tanto naturales como matemáticos. Y fue así como esta imagen llegó al aula. A continuación, lo que pasó...
Presenté la foto a la clase en un proyector de transparencias y, mientras tanto, la postal circulaba entre los bancos. Durante este primer acercamiento a la imagen surgieron los primeros comentarios espontáneos de los alumnos: *¿Está trucada? ¡Es imposible que sea tan chiquito! ¿Es un lápiz de verdad? ¿Cómo hicieron para sacar esa foto?* Una vez que todos miraron la foto y compartieron sus primeras impresiones, seguimos la clase.
Como primera actividad propuse a los chicos que, trabajando de a dos y utilizando una fotocopia que reproducía la imagen del picaflor, anotaran todas las preguntas que se les ocurrieran a partir de observarla. De entre las docenas de preguntas formuladas por los chicos, establecimos tres categorías que permitieron organizar el trabajo. Convenimos que había preguntas que podían ser respondidas utilizando datos provenientes de la imagen; preguntas que podían ser respondidas recurriendo a información complementaria (enciclopedias, Internet, textos, consultas a asociaciones o lugareños, etc.) y preguntas que no iban a poder ser contestadas porque no se podía conseguir la información requerida. Después que cada pareja de alumnos subrayó en su propia lista aquellas preguntas que podían ser respondidas con datos extraíbles de la imagen, las analizamos en forma conjunta y anotamos en una transparencia esta selección. Este proceso fue justificado y acordado por todos, argumentando por qué para nosotros era posible responder o no las preguntas. Esto implicó tomar conciencia de los recursos y posibilidades con los que contábamos en ese momento.
Dejadas de lado las preguntas sin respuesta (Cuadro 1), acordamos que las preguntas que necesitaban información adicional (Cuadro 2) serían trabajadas posteriormente, durante la hora de Ciencias Naturales, donde los alumnos aportarían materiales para su contestación.
Nos ocupamos, entonces, de las preguntas, matemáticas y no matemáticas, a las que sí podíamos dar respuesta en esa clase(Cuadro 3). El orden dado a estos interrogantes no fue tampoco casual,

sino la voluntad mía de dejar para el final las preguntas que me interesaban especialmente profundizar (aquellas que implicaban el uso de la proporcionalidad)
Primero respondimos aquellas que se referían al aspecto físico del picaflor, tales como: *¿De qué color es?, ¿Tiene patas fuertes para sostenerse en los árboles?, ¿Cuáles son sus características?, ¿De cuántos colores es?, ¿Qué tamaño tiene el pico?, ¿Qué es más grande, el lápiz o el picaflor?,* acudiendo a sus conocimientos previos del tema.
Luego nos centramos en las preguntas de contenido matemático, abordando primero las que más se repitieron en todos los grupos:

- *Estimando, ¿cuánto mide el picaflor?*
- *¿Cuánto mide el picaflor?*
- *¿Qué relación tiene el picaflor con el lápiz (cm)?*

En este punto comenzaron a surgir distintas ideas para responder a la pregunta referida a la estimación. Dado que teníamos un lápiz de igual marca que el de la foto, aunque con la goma usada y más corto, me lo pidieron para estimar el tamaño del picaflor, colocándolo junto al de la foto. *Es casi igual, un poco más chico. Así que el picaflor verdadero va a ser un poco más chico que el de la foto,* sostuvo un alumno de 5° B. El resto del grado estuvo de acuerdo con este razonamiento. Trabajando sobre estos conceptos y utilizando distintas herramientas, en particular la tabla de razones, y relacionando longitudes conocidas con longitudes en la foto, llegaron a que el picaflor medía en la realidad tan solo... *¡¡4,8 cm.!!* Con gran expectativa, midieron sobre la misma foto, pero donde aparecía el picaflor en su tamaño real, y comprobaron que realmente (el mismo) era de ¡*4,7cm*.!

Conclusiones

La experiencia relatada dio lugar a la gestación de múltiples preguntas con la intervención generalizada de la clase, permitiendo a los alumnos analizar el sentido y la lógica de las mismas y determinar sus posibilidades de respuesta dentro del ámbito de la matemática y fuera de ella.
Al mismo tiempo posibilitó que los alumnos pasaran desde un abordaje intuitivo y cualitativo hacia un tratamiento cuantitativo más formal de la noción de razón en un ambiente de investigación cooperativa, donde todos tuvieron posibilidades de pensar y actuar. La imagen del picaflor resultó ser un modelo de apoyo al proceso de matematización progresiva (Treffers, 1987) poniendo en evidencia hasta dónde llegaban sus posibilidades de modelización numérica de la proporcionalidad geométrica (y sus dificultades para considerar, por ejemplo, razones externas[1]).
Además del tratamiento inicial de la semejanza, en ambos grupos se generaron debates riquísimos en cuanto a cómo acortar la cantidad de cifras decimales en un número (redondeo y truncamiento), al hecho de la precisión de una medida, al margen de error sostenible, a las operaciones con decimales y fracciones, etc..
El trabajo en torno a la imagen del picaflor y el lápiz permitió entonces, establecer tanto conexiones intradisciplinarias como interdisciplinarias (con contenidos de las áreas de Ciencias Naturales y Ciencias Sociales). Sin duda lo que hizo posible de modo casi natural esta interconexión de contenidos fue justamente, que la actividad matemática de la docente y sus alumnos giró en torno a un contexto interesante, abierto y realista.
El trabajo con preguntas se reiteró en otras ocasiones donde los alumnos pusieron en práctica los conocimientos aprendidos en esta clase, en un nivel de autonomía creciente en la selección de cuestiones atinentes a problemas de la matemática y a la selección de los datos necesarios para responderlas.

Pero es indiscutible que no es la sola presentación de este recurso el que lleva a buen término la tarea de matematización en nuestros alumnos. Todo tipo de actividad que busque introducir en la clase una actitud de cuestionamiento matemático requiere además, como menciona Bonotto (2000):

- un cambio en las concepciones y actitudes tradicionales de los docentes y de los alumnos respecto de qué es la matemática y en consecuencia, cómo se la enseña y cómo se la aprende y su valor respecto de ayudar a interpretar críticamente la realidad en que viven estableciendo un puente entre la forma de pensar la matemática escolar y la de fuera de la escuela. y , por ende

- un cambio en las normas socio-matemáticas de la clase en atención a la diversidad cultural que hoy tenemos en nuestras aulas y al cometido de que todos los alumnos deben aprender matemática.

Sin duda algo difícil y lento de conseguir, pero no imposible. La gratificación que provee este tipo de trabajo que ejemplificamos, genera en la misma comunidad escolar la necesidad y las posibilidades de cambio.

[1] Freudenthal (1985, 1991) hace una distinción diferenciando dos conceptos, uno el de razones internas y otro el de razones externas. La relación que se establece entre las partes de un mismo objeto o magnitud, es denominada razón interna; mientras que la relación que existe entre partes de objetos o magnitudes diferentes constituye una razón externa.

Bibliografía:

- ABREU, G. (2000): *El papel del contexto en la resolución de problemas matemáticos* en Matemática y Educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional. Gorgorió N., Deulofeu J., Bishop A. (codos) pág 137 – 150. ICE, Universidad de Barcelona, Ed. Grao. España.
- BONOTTO C. (2003): *Suspensión of sense making in mathematical word problem solving: a posible remedy*. Universidad de Padova.
- BUNGE M.(1980): *La ciencia: su método y su filosofía.* Ediciones Siglo XX.
- CORONADO M (2005) *Formular preguntas: una invitación a aprender* . Nov. Educativas. Marzo. Nº 171. Págs 35 a 37)**.**
- FREUDENTHAL, H. (1991): *Revisiting mathematics education: China Lectures*. Dordrecht: Kluwer.
- FREUDENTHAL, H. (1985): *Mathematics starting and staying in reality*. UCSMP. Ed. Wirszup- Steid..
- GRAVEMEIJER, K. (1994): *Developing realistic mathematics education*. Utrecht, The Netherlands: FI.
- MEIRA, L. (2000): *Lo real, lo cotidiano y el contexto en la enseñanza de las matemáticas*. Revista UNO de Didáctica de las Matemáticas, N° 25 (julio): pp. 59-74.
- SANTALÓ L. (1997): *Matemática para no matemáticos*. En Saíz y otros: Didáctica de las Matemáticas, aportes y reflexiones. Cap. I..Paidós.
- SANTALÓ L. Y OTROS (1996*): Matemática:, Metodología de la Enseñanza.* Prociencia-Conicet.
- STREEFLAND, L. (1985): *Search for the roots of ratio: some thoughts on the long term learning process (towards… a theory)*. Educational Studies in Mathematics, 16, pp.75-94.
- TREFFERS, A. (1987): *Three Dimensions: A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Education:* The Wiskobas Project, Dordrecht: Kluwer.
- VAN REEUWIJK, M.: *Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas*. UNO Monográfico: Las Matemáticas en el entorno, N° 12, págs. 9-16.
- ZOLKOWER, B., DOLK M.y FOSNOT C. (2002): *Beyond Word and Store Problems: On the Use of Picture-Based Contexs for Mathematizing.* Manuscripto. Manuscripto inédito.

Preguntas surgidas en la experiencia: El Picaflor

Cuadro 1: Preguntas que no podemos responder a partir de la imagen:

- ¿Cómo habrá hecho el fotógrafo para sacar la foto justo en ese preciso momento?
- ¿El picaflor se habrá asustado al ver al fotógrafo?
- ¿Cómo hizo el fotógrafo para que el picaflor se pose justo en el lápiz?
- ¿Cómo hizo el fotógrafo para que un animal salvaje se pare en el lápiz?
- ¿Cuándo se paró en la gomita del lápiz la dejó raspada?, ¿Quién sostenía el lápiz?
- ¿En qué momento del día sacaron la foto?
- ¿Lo tocaste, es suave?
- ¿Tardó mucho en pararse sobre el lápiz?

Cuadro 2: Preguntas que podemos responder con información adicional obtenida de otras fuentes:

- ¿Cómo es su hábitat?
- ¿De qué flores liba?
- ¿Es macho o hembra?
- ¿Necesita libar más que el picaflor rubí?

- ¿Quién los depreda?
- ¿Cuántos huevos ponen?
- ¿Cuánto mide cada huevo?
- ¿Cuánto tarda en nacer cada cría?
- ¿Este animal puede vivir en la ciudad?
- ¿Vuelan para atrás?
- ¿En qué zona del mundo se encuentra?
- ¿Cuál es el tamaño de las crías?
- ¿Cuántos aleteos da por segundo?
- ¿El metabolismo de este picaflor es más rápido que el del picaflor rubí?
- ¿Se divide en dos la lengua?
- ¿El agua con miel también les hace mal?
- ¿Es más rápido que otros picaflores?
- ¿Hay un pájaro más chiquito?
- ¿Qué flores le gustan?
- ¿Cómo hacen los nidos?
- ¿En dónde los hacen?
- ¿Por qué tiene el nombre de picaflor abeja?
- ¿Ve en la noche?
- ¿En dónde se refugia cuando hay lluvia?
- ¿En qué momento del día come más?
- ¿Come algo más, además de néctar e insectos?
- ¿Cuánto mide el picaflor con las alas extendidas?
- ¿Qué es más pesado, el lápiz o el picaflor?
- ¿Cuál es la época del año en la que se ve más el picaflor?
- ¿El picaflor de qué país es?
- ¿Hacen el vuelo estacionario?
- ¿Será el más chiquito del mundo?
- ¿Cómo obtiene el brillo de las plumas?
- ¿Cómo pueden diferenciarse machos de hembras?

Cuadro 3: Preguntas matemáticas propuestas por los chicos que se pueden responder a partir de la imagen:

- ¿Cuánto medirá el pico?
- ¿Cuánto mide el picaflor?
- ¿Cuánto mide de ancho?
- ¿Cuánto mide el lápiz en relación con el picaflor?
- ¿Cuánto mide la cabeza del picaflor?
- ¿Cuánto miden las patas?
- ¿Cuánto miden las plumas?
- ¿Cuántos centímetros mide?
- ¿Qué relación tiene el picaflor con el lápiz (cm)?
- ¿Cuánto es el zoom?
- ¿El lápiz cuánto mide?
- ¿Cuánto mide la goma del lápiz?