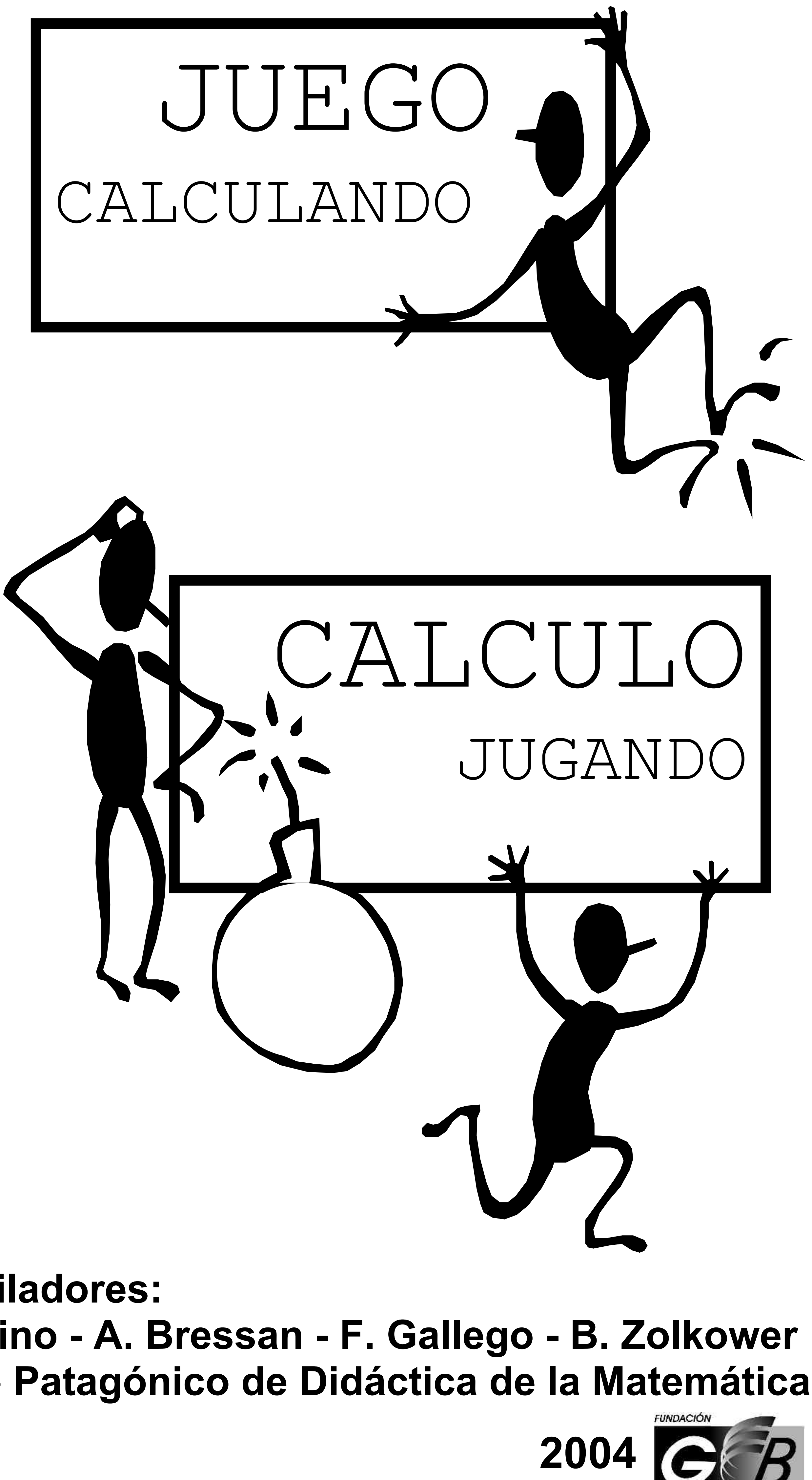
3º y 4º años de EGB



JUEGO CALCULANDO

CALCULO JUGANDO

Compiladores:
A.Rabino - A. Bressan - F. Gallego - B. Zolkower
Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática

2004

Querido/a colega:

Estos cuadernillos pretenden ser una ayuda para el desarrollo de actividades de cálculo mental en tu aula.

Haz de coincidir con nosotros que, por lo general, en la escuela el cálculo mental es postergado frecuentemente para dejar paso al trabajo rutinario y mecánico con el cálculo escrito. Sin embargo, el cálculo mental, exacto y aproximado, posee propiedades que lo hacen fundamento de todo otro tipo de cálculo con significado, sea escrito o con calculadora, a la vez que constituye un componente esencial de lo que entendemos hoy por sentido numérico.

Las actividades que se incluyen en cada cuadernillo han sido diseñadas con miras a ayudar a tus alumnos a desarrollar habilidades de cálculo mediante el uso de estrategias que ponen en juego las propiedades de los números y de las operaciones tales como: descomponer números en forma conveniente; usar las combinaciones a 10 (1 + 9, 2 + 8, 3 + 7, etc.) y los múltiplos y las potencias de 10; detenerse en la observación del valor de las cifras para combinar números; elaborar estrategias de compensación (lo que agrego a este sumando se lo debo quitar a otro, o sumar 9, 19,… ó 99 es lo mismo que sumar 10, 20,…ó 100 y luego restar 1, etc.); memorizar combinaciones básicas de las cuatro operaciones con números naturales, fracciones o decimales que sirvan de referentes para otros cálculos más complejos; usar propiedades de los números tales como la paridad y la divisibilidad; comprender los efectos de las operaciones sobre los números (por ejemplo, que al multiplicar un entero por una fracción o decimal menores que 1, el resultado obtenido es menor que el número inicial); entender cómo se modifican las operaciones a partir de modificar los números intervinientes; encontrar regularidades que abrevien los cálculos o generalizar propiedades numéricas que permitan anticipar resultados, etc.

Este cuadernilllo no está organizado en forma de secuencias didácticas graduadas por dificultad para los distintos años de la escuela primaria. Por lo tanto, queda en vos la tarea de seleccionarlas, organizarlas y adaptarlas según las necesidades que surjan en tu aula. Para los años más avanzados, la mayoría de las actividades pueden ser complejizadas mediante el uso de números mayores, fracciones o decimales en lugar de números naturales.

En la resolución de los problemas que aquí te proponemos, se <u>enfatiza</u> el cálculo mental, sin que esto implique descartar la utilización del cálculo escrito como <u>apoyo</u> a las operaciones mentales. Por ejemplo, al emplear una estrategia de factorización junto con las propiedades asociativa y conmutativa de la multiplicación para resolver 45 x 72, el papel y lápiz puede usarse para ir tomando nota de los cálculos intermediarios: 9 x 5 x 9 x 8 = 9 x 9 x 5 x 8 = 81 x 40 = 80 x 40 + 40 = 3240. De lo que se trata es de evitar que el único recurso a utilizar frente a una cuenta dada sea el algoritmo convencional, haciéndose hincapié en cambio, en la elección por parte de los alumnos de estrategias que simplifiquen la operación u operaciones a realizar.

Una vez realizados los cálculos, y con miras a generar la discusión y la reflexión, se pueden plantear la siguientes preguntas:

. ¿Cómo pensaron los números?
. ¿Qué operaciones usaron?
. ¿Que ¨reglas¨ utilizaron? (viene muy bien escribirlas en carteles que queden a la vista para ser utilizadas por los alumnos en otras oportunidades)
. ¿Cuál de las estrategias propuestas hace más fácil el cálculo? ¿Y más corto? (pueden no coincidir)
. ¿Qué errores pueden producirse y cómo podemos remediarlos?

Para lograr buenos resultados en la enseñanza/aprendizaje del cálculo mental te recomendamos que:

- destierres la idea de que existe una única forma de calcular.
- realices vos misma/o las actividades que vas a utilizar <u>antes</u> de darlas a tus alumnos, anticipando posibles respuestas, errores y estrategias, para poder aprovecharlas al máximo durante la lección.
- valorices tanto las respuestas aproximadas como las exactas y pidas su fundamentación.
- crees un clima de confianza en el aula, propiciando el respeto por las ideas ajenas (incluidos los errores) y dando seguridad y promoviendo la autoestima de tus alumnos para que se animen a calcular mentalmente.
- realices actividades de cálculo mental no menos de tres veces a la semana (en mini-lecciones de 10 a 15 minutos) e incluyas dicha forma de cálculo, exacto y estimativo, cada vez que sea pertinente, al trabajar con cálculo escrito, con calculadora o con problemas.
- te ejercites vos mismo/a esforzándote por calcular mentalmente y de diversas maneras tanto en la escuela como fuera de ella, lo cual te permitirá apreciar y comprender mejor las estrategias de cálculo de tus alumnos.

Te deseamos el mayor de los éxitos

Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática

TERCEROS Y CUARTOS AÑOS DE EGB

1. JUEGOS CON CARTAS

1.1 Juego de *2 (Cálculo mental)*

Materiales: 20 cartas sobre las cuales hay cálculos a efectuar de un lado, y del otro lado los resultados correspondientes a cada cálculo.
El juego se organiza en parejas. Se colocan todas las cartas distribuidas sobre la mesa, con la cara del cálculo hacia arriba (los resultados hacia abajo)
Reglas del juego: Un niño señala una carta y le propone un cálculo al otro.
El otro responde, se da vuelta la carta y si está bien el resultado el niño que ha respondido toma la carta; si no, es el otro que la toma. Se intercambian los roles.
El que logra reunir la mayor cantidad de cartas, gana.

1.2 Juego de la batalla *(Comparación de numerales)*

Material: cada juego tiene 18 cartas concebidas de la manera siguiente: seis números son elegidos y designados cada uno de tres maneras diferentes.
(En un primer momento los niños pueden, individualmente o en grupos de dos, clasificar las cartas poniendo juntas las que designan el mismo número. Luego los niños, de a dos, juegan a la batalla).
Se mezclan las cartas y se reparten todas. Cada chico coloca su mazo “boca abajo”.
Reglas de juego:
-Si las cartas mostradas no designan el mismo número, el niño que tiene la mayor toma las dos cartas
-Si las cartas designan el mismo número hay batalla, los niños vuelven a sacar una carta cada uno y “la más fuerte” se lleva las cuatro cartas. Por supuesto, se pueden dar dos o más batallas seguidas.
Si los niños tienen dificultades, se puede jugar de a tres: dos juegan y el tercero controla.
Aquí se muestran algunos ejemplos de juegos:

Juego N° 1

Dieciocho	Treinta y siete	Setenta y tres	Ochenta y uno	Ochenta y ocho	Noventa
18	37	73	81	88	90
(20 – 3) + 1	30 + 4 + 3	(80 – 5) - 2	90 - 9	(100 – 10) - 2	100 – (5 + 5)

Juego N° 2

Mil quinientos seis	Mil quinientos ocho	Mil quinientos diez	Mil quinientos doce	Mil quinientos diecisiete	Mil quinientos dieciocho
1506	1508	1510	1512	1517	1518
1500+5+1	1500+(10-2)	1500 +5 +5	1520 – (5+3)	1520 - 3	1520 - 2

Juego N° 3

(20 + 5) - 2	(20 + 5) - 1	20 + (7 - 2)	20 + (10 – 4)	20 + (10 – 3)	20 + (10 – 2)
30 - 7	30 - 6	30 - 5	30 - 4	30 - 3	30 – 2
(30 – 5) - 2	(30 – 5) - 1	30 – (3 + 2)	(30 – 5) + 1	(30 – 5) + 2	(30 – 5) + 3

1.3 Todo en orden *(Uso de paréntesis para ordenar operaciones)*

Material: 20 cartas con escrituras con “agujeros” y dados.
Ejemplo de cartas:

(.......+.......) x......... (........x........) + ... (........+.........) x (........ - ....)
(.......x.......) x (...... - ....) .... – (...... - ....) (.......x........x.......) + ...

Regla del juego: se puede jugar uno contra otro, o equipo contra equipo. Se mezclan las cartas y se coloca el mazo boca abajo. Un jugador muestra una carta, arroja tantos dados con “agujeros” tiene esa carta, y ubica esos números en los agujeros tratando de obtener el mayor número posible.
El adversario puede ganarle, ya sea mostrando que la solución propuesta es inexacta, ya sea mostrando que existe un resultado mejor.
Variante: El primer jugador que alcanza un número previamente fijado, gana.
A fin de año se pueden proponer otras cartas que incluyan división. Los dados podrán ser reemplazados por cartas que llevan los números mayores, escritos en forma usual, lo que permite mayores posibilidades.

Nota: cada carta debe ser lo suficientemente grande como para que los niños coloquen los dados sobre los agujeros y puedan cambiarlos de lugar.

1.4 Pensar en 100 ***(Sumas a 100. Encuadramiento)***
Con 20 cartas con los siguientes números, uno en cada carta: 22, 84, 18, 81, 5, 92, 47, 50, 79, 16, 36, 60, 29, 72, 41, 58, 15, 90, 3, 95.
Se mezclan las cartas y se colocan boca abajo en 5 columnas de 4 filas. El primer jugador toma dos cartas, si la suma de los números es 100 o cerca de 100 (entre 90 y 110) el jugador se guarda ambas cartas. En caso contrario vuelve a colocar las cartas en sus lugares boca abajo. El segundo jugador repite la actividad. El juego continúa hasta que no se puedan hacer más pares. Gana el jugador con mayor cantidad de cartas.

Variaciones*:*

a) Se pueden tomar intervalos más estrechos o cambiar los números para llegar a otro valor en lugar de 100.
b) Se puede trabajar con valores que representen dinero y "pensar en $10". Números posibles: $3,35; $7,01; $2,25; 46,80; $9,05; $1,10; $5,50; $4,25; $3,20; $5,80; $1,50; $8; $0,55; $8,75; $0,97; $8,50; $3,10; $7,25; $4,80; $5,10.
c) Se puede trabajar suma de fracciones y decimales menores que 1 y "pensar en 1" (en lugar de 100) usando fracciones sencillas y monedas (para llegar a un peso).

1.5 **Las siete y media** ***(Cálculo mental. Noción de mitad)***
Se emplean cartas españolas (40). Las figuras valen medio punto o “media” y las demás cartas su valor numérico.
Se le da una carta a cada jugador (que no sea vista por los demás).
Cada jugador, al llegar su turno, puede pedir más cartas o plantarse. La suma del valor de sus cartas no debe superar siete y medio.
Gana la mano aquel jugador cuya suma de los valores de sus cartas se aproxime más a siete y medio, sin pasarse.

<u>2. DOMINÓ</u> *(Comparaciones. Operaciones. Orden y propiedades de las operaciones.)*

2.1 Juego de dominó
La regla de juego es la misma que la de los juegos de dominós habituales.
En este juego sólo hay seis valores: 8, 9, 13, 14, 15, 16.

(20-10) - 2	8				
10 – (1+1)	10 - 1	(10+9) - 10	9		
(10+8) - 10	13	15 – (1+1)	10 - 1	10 + 3	(15 – 1) - 1
10+2+2	10 - 2	5 + 4	15 - 1	10 + 2+ 1	24 - 10
				20 - 6	10 + 4
5 + 3	25 - 10	(15 – 5) - 1	10 + 5	20 - 5	(20-5) - 2
		17 - 3	10 + 3+ 2	15	25 - 10
15 + 1	(10 – 1) - 1	10 + 6	(12 – 2) - 1	15 - 2	(20 – 2) - 2
20 - 4	10 + 3+ 1	20 - 5	(23 – 3) - 4	10 + 6	20 - 4

2.2 Dominó combinado
Material: el juego se parece al habitual de los dominós, sólo que se reemplazan los puntos o los números por operaciones combinadas. Las fichas pueden ser mixtas, es decir que una ficha puede tener un número y una operación que represente un número. He aquí algunos ejemplos de fichas.

32+ 5x4	52	(32 + 5) x4	148

<u>3. OTRAS FORMAS DE JUGAR</u>

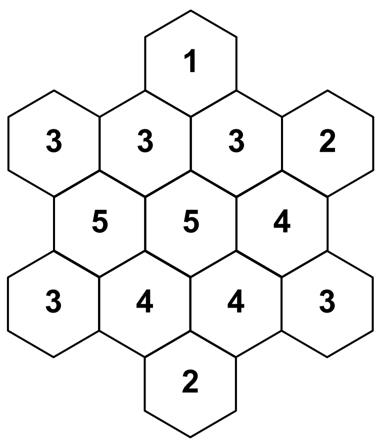
3.1 Juego de dardos ***(Sumas a 100)***

Encuentra todas las maneras de sumar 100 puntos en el siguiente tablero de dardos. (Puedes usar todos los dardos que quieras)

15	16
18	17

3.2 La cuenta está bien *(Cálculo mental. Aproximación)*
Regla del juego: se dan cuatro números a, b, c, d y un quinto número N; se trata, con la ayuda de las operaciones conocidas por los niños de aproximarse lo más posible a N. Cada número a, b, c, d puede ser utilizado una vez a lo sumo.
Ejemplo: a = 4; b = 6; c = 7; d = 23; N = 345.
Se puede efectuar , por ejemplo: (6 + 7) x 23 = 299 ó (6 + 7) x (23 + 4) = 351
Variantes: se puede hacer que los niños elijan los números, o que las operaciones sean impuestas.

3.3 Blanco y negro
El número de cada casilla indica cuántas veces deben pintarse entre las casillas vecinas y ella misma. Por ejemplo, un 3 indica que hay tres vecinas pintadas, o sólo dos y la del número (variante más compleja).
Pinta las casillas necesarias para que se cumpla la condición dada.



3.4 Juego de dados *(Cálculo mental)*
Los dados pueden tener los números que el maestro elija, y con ellos:
-Los niños arrojan 3 (o 4 o 5) dados y deben calcular la suma de los puntos obtenidos.
-El maestro da un número y los niños deben imaginar de qué forma los dados habrían sido arrojados para que la suma de puntos sea ese número.
Estos ejercicios pueden ser retomados con los productos, las diferencias arrojando dos dados. Se puede aún usar varias operaciones: por ejemplo, se lanzan dos dados blancos y uno rojo y se debe sumar los puntos del dado rojo al producto de puntos de los dados blancos, etc.

3.5 Colocando mosaicos *(Cálculos. Puedes usar la calculadora)*
a) Coloca los mosaicos grises en su justo lugar, de modo que las sumas horizontales y verticales den 15.

5		
	8	
	1	

5 **5** **6**
4 **2** **9**

b) Coloca los mosaicos grises de su justo lugar, de modo que las sumas horizontales y verticales den 20.

	4	
	10	
		1

5 **2** **11**
8 **6** **13**

3.6 Completa el cuadro con los signos de multiplicación o división que deberían ir entre los números para que las operaciones, tanto en vertical como en horizontal, arrojen los resultados indicados.

9		**3**		**2**
3		**2**		**2**
9		**3**		**1**

3.7 Símbolos aritméticos *(Uso de códigos. Operaciones)*

a) Cada símbolo debe ser reemplazado por un dígito (quedando así números de dos cifras), de tal manera que, al realizar las operaciones indicadas tanto horizontales como verticales, los resultados deben coincidir, teniendo en cuenta que a igual símbolo corresponde igual número.

# %	+	@ #	=	& !
+		+		+
¿ <	+	# <	=	X &
=		=		=
@ *	+	& @	=	* < %

(Una primera variante podría consistir en presentar sólo cálculos verticales, de dos o más números. Después ésta, la del ejemplo anterior, más complicada).

3.8 Vencer a la calculadora

a) ¿Se puede vencer a la calculadora? ¡A probar!
Se necesita:
-Tarjetas con cálculos.
-Una calculadora
Reglas:
-Se juega por parejas. En un partido, uno de los jugadores tiene que usar obligatoriamente la calculadora, y el otro, no (si quiere, puede usar papel y lápiz).
-Preparar un mazo con las tarjetas con cálculos boca abajo.
-Dar vuelta una tarjeta y el primero que dice el resultado, si es correcto, se queda con la tarjeta. Cuando resolvieron todos los cálculos, quien tiene más tarjetas es el ganador del partido.

-Para el partido siguiente, se intercambian: quien usó la calculadora participa sin ella.

En tablas como la siguiente anoten las tarjetas que ganó cada uno:

Ganadas con la calculadora	Ganadas sin la calculadora

b) Para cada uno de los siguientes cálculos, decide si es fácil, más o menos fácil o difícil ganarle a la calculadora. Escríbelo en la columna correspondiente:

Cálculo	Fácil de ganarle	Más o menos fácil de ganarle	Difícil de ganarle
300 x 8 =			
610 x 6 =			
238 x 10 =			
4.205 x 2 =			
122 x 4 =			
3.708 x 3 =			
1.111 x 8 =			
7 x 100 =			

c) Revisa los cálculos que anotaste en la columna "Más o menos fácil de ganarle" y piensa qué puede ayudar para resolverlos más rápidamente. Piensa cómo decirle a tus compañeros qué hace que un cálculo sea fácil o rápido de resolver. Anotá lo que vas a decir y comparálo con lo de tus compañeros.

4. <u>TABLAS Y TABLEROS</u> *(Lectura de tablas. Uso de directas e inversas para resolver cálculos)*

4.1. Completa las siguientes tablas de multiplicación:

a)

x	8		6
	40		
		18	12
		27	

4

b)

x		4	
		12	
	42		70
5			50

c)

x		9	
	4		
		18	10
	24		30

d)

x		3	
	12	6	
7			
		24	40

e)

x			
		8	
	35		15
	42	12	

f)

x			
		30	35
		48	
	36		63

g)

X			
	15		
		49	
			81

h)

X			
	25		
		56	
			100

4.2. Completa las siguientes tablas de multiplicación:

a)

x	9		5
5			
	90		
20		160	

b)

x		40	
	100		200
9			
8	80		160

c)

x	600		
	1200		
5		300	
	6000		60

d)

x		8	
300	2100		
			27
		240	270

e)

x		9	
	70	63	
			560
	7000		5600

f)

x			
			400
			320
	60	120	240

g)

x			
	250	500	750
	300		
	350		

f)

x			

4.3. Completa las siguientes tablas:

a) x 4

		4000
	200	
10		

x 5

b) x 5

	1200	7200
	8 240	
8		

x 6

c) x 6

	252	1764
		294
1		

x 7

d) x ? (↑), x 2 (→)

	150	300
		60
3		

e) x ? (↑), x 2 (→)

18		
	12	24
2		

f) x ? (↑), x 2 (→)

16	32	64
1	2	4

g) : 5 (↑)

150	300	400

h) : 6 (↑)

360	540	720

i) : 8 (↑)

960	640	320

j) : ? (↑)

1		10
	25	50
25	125	

k) : ? (↑)

1	10	
	70	700
49		4900

l) : ? (↑)

4	3	2
	12	
64		

4.4. ¿Cuánto da la suma total de los números de este tablero? ***(Lectura y manejo de tablas. Cálculo mental. Regularidades numéricas)***

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

Tres niñas por separado encontraron una manera distinta de responder a esta pregunta. ¿Se te ocurre cuáles pueden haber sido estas maneras?

4.5. A buscar atajos *(Estimación. Estrategias de compensación)*
¿Cuántos minutos tardás en averiguar si la suma total de los números de este tablero es mayor o menor que 200?

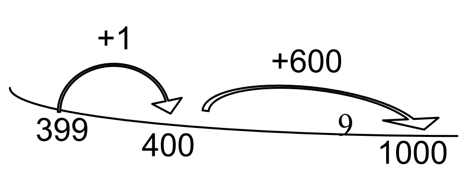
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

4.6. El tablero que suma 1000 *(Estimación. Compensación. Sistema decimal)*
Suma 1000 usando tantos casilleros contiguos como necesites. Escribe las sumas que obtengas en forma de fragmento del tablero (piezas de un rompecabezas), como una lista de sumas horizontales y verticales o usando la recta numérica abierta.

128	212	418	600	399	210
244	111	225	1	51	690
628	76	499	299	49	20
305	500	85	80	900	10
205	525	110	602	101	46
310	90	170	98	299	603

Ejemplo:

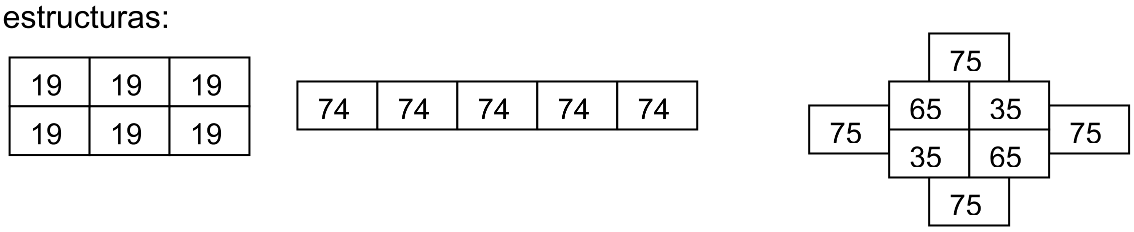
600	399
1	



Variante A: No puedes usar los casilleros más de una vez.
Variante B: Puedes usar los casilleros todas las veces que quieras.

4.7. Inventa tu propio tablero 4 x 4 para hacer sumas que den 500.

4.8. Calcula, de la manera más corta, la suma total de los números en cada una de las siguientes estructuras:

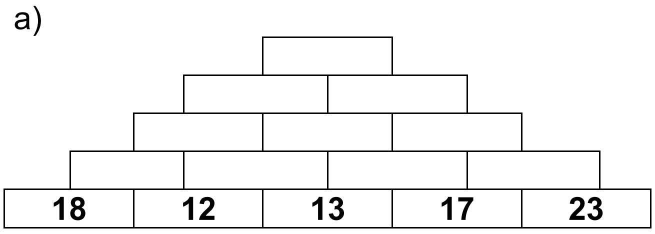


5. PIRÁMIDES ***(Uso de las operaciones de suma y multiplicación y de sus operaciones inversas)***

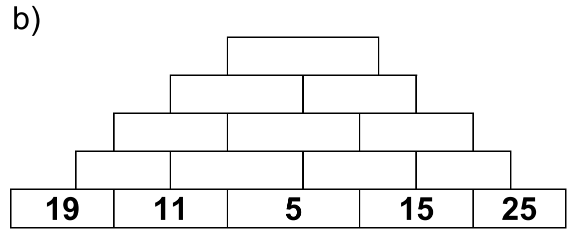
Las pirámides pueden ser de suma o de multiplicación. Para completar una pirámide se debe tener en cuenta que dos "ladrillos" consecutivos de una fila se deben sumar (o multiplicar) para obtener el que está encima de esos dos.

5.1. Completa las pirámides de suma:

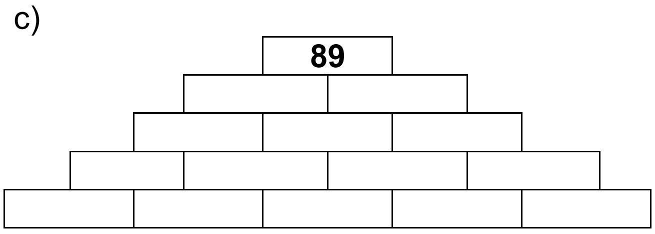
a)



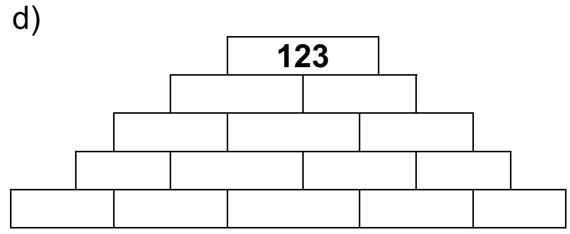
b)



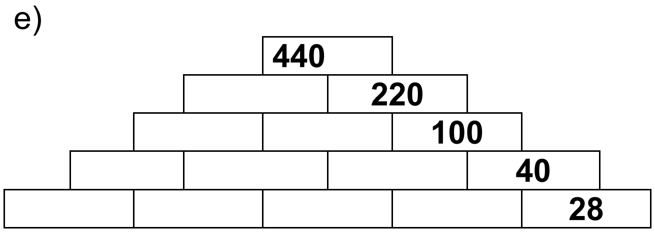
c)



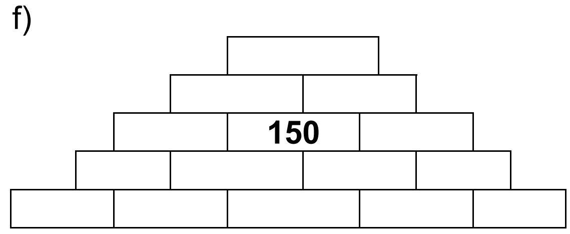
d)



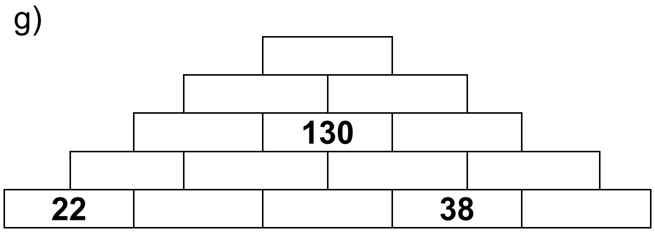
e)



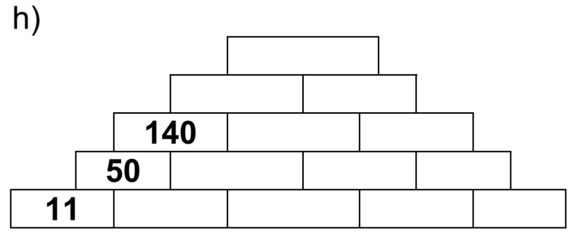
f)



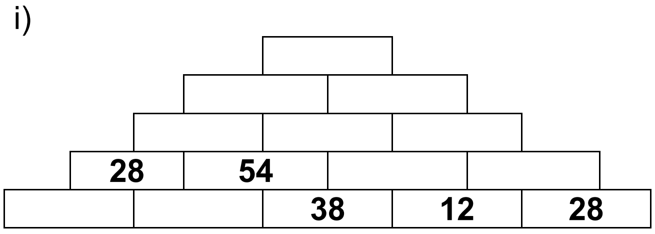
g)



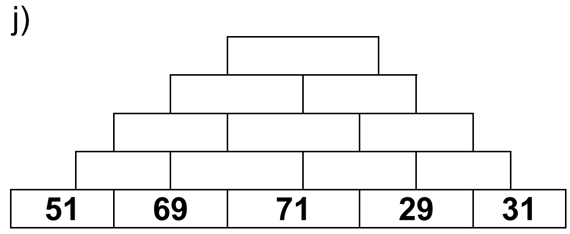
h)



i)

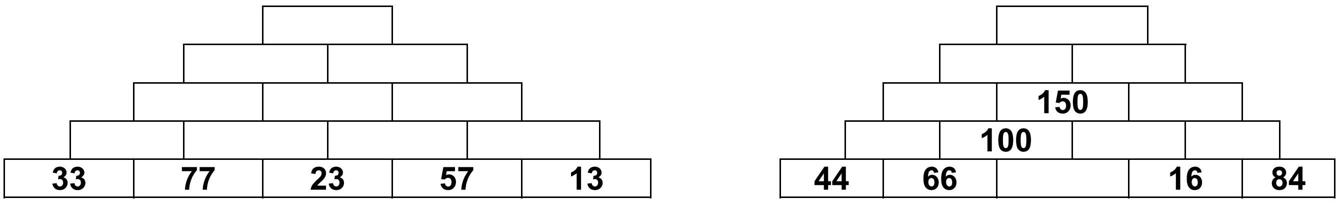


j)



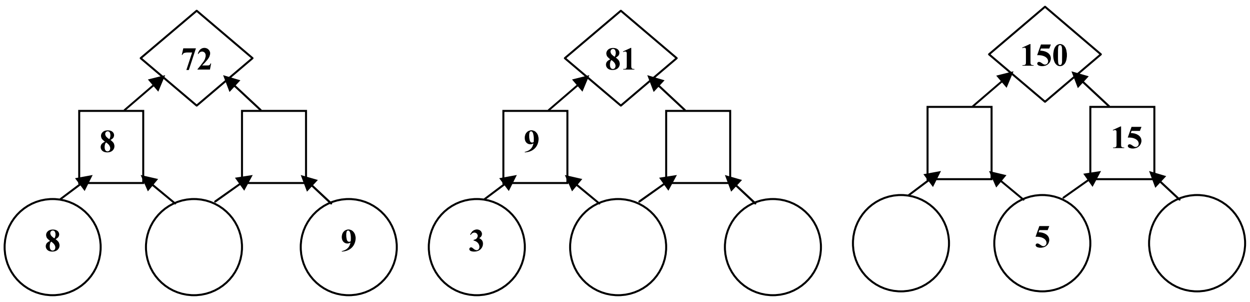
k)

l)

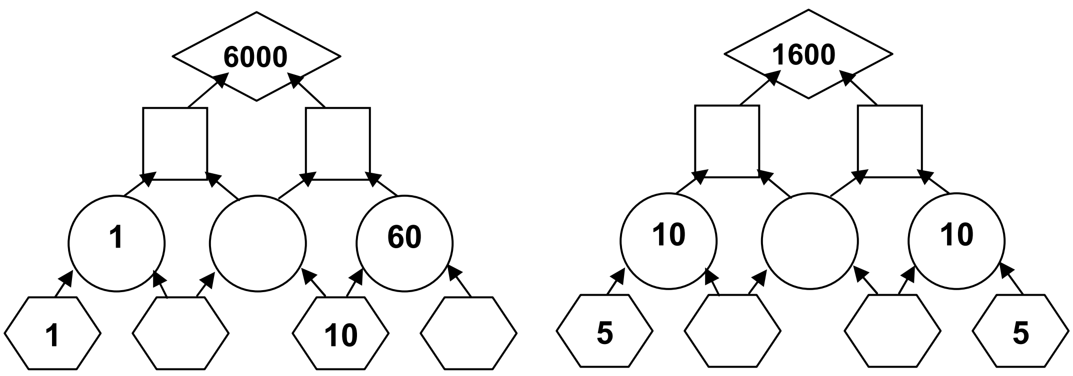


¿Qué pirámides te resultaron más fáciles ¿ Explica por qué?

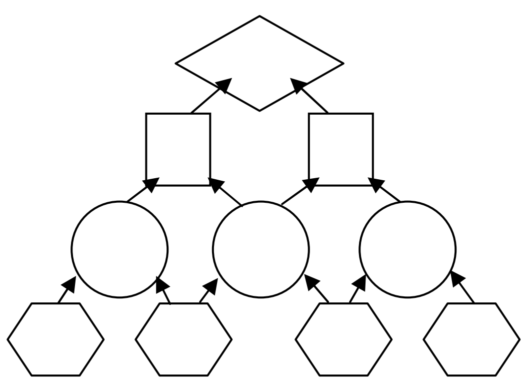
5.2. Resuelve las siguientes pirámides de multiplicación:



5.3. Resuelve las siguientes pirámides de multiplicación:



5.4. ¡INVENTA TU PROPIA PIRÁMIDE!



6. <u>CUADRADOS MÁGICOS</u> *(Regularidades numéricas. Cálculo mental)*
Un cuadrado mágico es una disposición de números en un cuadrado de tal manera que al sumar todas las filas, todas las columnas y las dos diagonales mayores siempre da el mismo resultado.

6.1.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

a) ¿Cuál es la suma mágica en este cuadrado?

b) ¿Cuántas filas, columnas y diagonales cumplen con ella?
c) Encuentra 5 cuadrados de dos por dos en el cuadrado mágico con cuatro números que tienen la misma suma que la suma mágica.
d) Sin contar las diagonales encuentra cuatro números, cada uno en una fila y columna diferente que también den la suma mágica.

6.2. Construye un cuadrado de 3 por 3 con la suma mágica igual a 15.

6.3. Elimina cuatro números de este cuadrado, de manera que el resultado de cualquier fila sume 20.

4	7	5	8	4
9	3	4	5	8
2	8	3	7	3
9	7	8	2	1
5	2	3	6	4

6.4. Coloca estos números en las casillas vacías de manera que los 4 de cada "brazo o aspa" sumen 75: 5 - 11 - 16 - 18 - 20 - 23 - 30 - 32

				14				
				6				
2			38	75	10		29	
				21				
				25				

6.5. Ruta de números

Recorre quince casilleros uniendo los números en perfecto orden, pasando sólo en sentido horizontal o vertical (nunca en diagonal).

1	1	1	1	1	1	1
2	2	3	3	2	3	2
3	3	5	4	5	4	3
4	4	6	7	6	5	6
5	8	7	8	9	8	7
10	9	10	11	11	9	10

11	12	10	12	13	10	11
12	13	12	14	14	13	12
15	15	15	15	15	15	15

6.6. Cuadrados mágicos de 3 x 3

6. a Anotar en los cuadros nueve de las diez cifras del 0 al 9 de forma que en cada línea horizontal, vertical o diagonal sumen 12.

6. b Anotar en los cuadros nueve de las diez cifras del 0 al 9 de forma que en cada línea horizontal, vertical o diagonal sumen 14.

6. c Escribir en los cuadros los nueve primeros números pares para conseguir que en cada horizontal, vertical y diagonal sumen 30.

7. <u>CADENAS</u> *(Resolver cálculos con diversas estrategias usando relaciones numéricas que los vinculan)*

Muchas veces se puede calcular el resultado de una multiplicación a partir de otro cálculo conocido, cercano o relacionado con el anterior. Por ejemplo, para averiguar 9 x 8 se puede hacer 10 x 8 y restarle 8.

7.1. Resuelve las siguientes multiplicaciones. Fíjate si te sirve conocer uno de los resultados para establecer más fácilmente los otros.

5 x 7 =	7 x 12 =
6 x 7 = 42	8 x 12 = 96
7 x 7 =	8 x 11 =
10 x 7 =	8 x 13 =
16 x 7 =	9 x 12 =

7.2. Saber multiplicar 15, 25 o 50 por distintos números es bastante fácil y es útil para encontrar resultados.

a) Encuentra estos resultados:

15 x 4 =	50 x 3 =	15 x 3 =
2 x 25 =	4 x 25 =	50 x 4 =

b) Escribe multiplicaciones cuyos resultados se puedan encontrar usando las anteriores.

7.3. Resuelve las siguientes cadenas e identifica las estrategias usadas para resolver cada una de las líneas:

a)

5 + 5 =	10 + 10 =	20 + 20 =	150 - 75 =	100 = 2 x ....
8 + 5 =	9 + 11 =	13 + 23 =	153 - 78 =	100 = 4 x ....
7 + 8 =	8 + 12 =	18 + 22 =	153 - 18 =	200 = 2 x ....
9 + 8 =	13 + 7 =	15 + 16 =	253 - 198 =	200 = 4 x ....
6 + 9 =	14 + 8 =	19 + 12 =	298 - 153 =	200 = 8 x ......
7 + 9 =	17 + 5 =	29 + 6 =	306 - 157 =	
9 + 6 =	16 + 9 =	39 + 16 =	400 - 289 =	
	13 + 8 =	40 + 15 =	403 - 79 =	

b)

27 + 10 =	42 - 2 =	33 - 10 =	101 - 97 =	1000 - 9 =
37 + 10 =	42 - 7 =	53 - 10 =	101 - 6 =	1000 - 19 =
47 + 20 =	62 - 2 =	53 - 20 =	153 - 145 =	1000 - 49 =
47 + 24 =	62 - 27 =	53 - 24 =	153 - 14 =	1099 - 49 =
56 + 30 =	72 - 2 =	83 - 50 =	513 - 489 =	1099 - 149 =

56 + 35 =	72 - 37 =	83 - 54 =	513 - 24 =	1104 - 145 =
	70 - 35 =	103 - 54 =	1003 - 992 =	1145 - 186 =
		123 - 74 =	1003 - 27 =	1185 - 146 =

c)

500 - 400 =	5000 + 1000 =	700 - 35 =	100 : 2 =	
500 - 398 =	5000 + 500 =	700 - 45 =	100 : 4 =	
1000 - 398 =	5000 + 250 =	1000 - 45 =	200 : 2 =	
1000 - 796 =	5750 + 500 =	1550 - 45 =	200 : 4 =	
2000 - 796 =	5750 +700 =	3000 - 65 =	200 : 8 =	
2000 - 1592 =	5750 + 900 =	3500 - 65 =		
2100 - 1892 =	5650 +900 =	4000 - 75 =		
2225 - 1992 =	5950 + 600 =	4000 - 85 =		
2100 - 992 =	7950 + 599 =	4100 - 85 =		
1050 - 446 =	7950 + 799 =			

7.4. Resuelve los siguientes cálculos usando la columna de la derecha como papel borrador o para indicar la estrategia que utilizaste. No te preocupes por dejar un espacio en blanco cada vez que lo resuelves mentalmente, o bien escribe "mentalmente":

CÁLCULO	BORRADOR / ESTRATEGIA
50 + 75 =	
57 + 68 =	
57 + 98 =	
157 + 98 =	
198 + 57 =	
95 + 96 + 97 =	
159 + 217 + 141 + 83 =	
296 + 297 + 298 + 299 =	

¿Qué estrategia de compensación puede usarse en cada caso?

8. <u>MÁS CÁLCULOS MENTALES</u>

8.1. Efectúa mentalmente los siguientes cálculos. Obtenidos los resultados, explica por escrito cómo fueron pensados.

a) 765 + 32
b) 179 - 67
c) 1182 - 324
d) 59 317 : 3
e) 3600 . 0,25
f) 420 . 28

8.2. a) Calcular 200 + 300 ; 40 + 50 ; 6000 + 8000 ; etc.
b) Hallar el complemento a 10 de un número de una cifra
c) Hallar el complemento a la decena superior de un número de dos cifras (por ejemplo, el complemento al múltiplo de 10 inmediatamente superior a 37 es 3)
d) Hallar el complemento a 100 de un número de dos cifras, el complemento a la centena superior de un número de tres cifras.
e) Hallar la suma de dos números cualesquiera de dos cifras, por ejemplo 26 + 47
(el maestro escribe los números en el pizarrón para ayudar la memoria de los niños). Diversos métodos pueden ser empleados por los niños, por ejemplo:

26 + 4 + 43 = 30 + 43 = 30 + 40 + 3 = 73 (o cualquier otro).

En todos los casos los niños deben explicar en el pizarrón sus procedimientos lo que permite a los otros niños mejorar su propio procedimiento o adoptar otro que les parece más interesante.

8.3. Estás frente a una vidriera y figuran estos precios en artículos que quieres comprar: repuesto hoja gruesa $1,30; bolígrafo color $0,50; cartuchera $3,50 y compás $1,60. ¿Cómo calculas el total?

9. LÍNEA NUMÉRICA ABIERTA ***(Resolución de cálculos usando como estrategia la línea numérica abierta)***

9.1. Resuelve los siguientes problemas con la línea numérica abierta:

a) Al comenzar el recorrido el chofer del colectivo entregó el boleto número 002345 y el mío es el número 002407 ¿Cuántas personas compraron boletos antes que yo?
b) En el tablero se indica que el equipo A posee 9856 puntos y el equipo B 9546 puntos. ¿Por cuánto aventaja A a B?

9.2 Halla los resultados de los problemas siguientes sin usar papel, lápiz ni calculadora.

a) 547 + 99 = b) 437 + 99 = c) 8035 + 99 = d) 63 + 99 = e) 9653 + 99 =

¿Cómo hallaste el resultado del problema a)? ¿Descubriste métodos más cortos? (Pista: 100 -1= 99)

10. LENGUAJE DE FLECHAS ***(Resolución de cálculos usando como estrategia la línea numérica abierta y el lenguaje de flechas. Introducción a la resolución de ecuaciones)*****.**

10.1. Dos pasos
Carina tiene $ 483 en su caja de ahorros. Ella deposita otros $ 90 en su cuenta y calcula luego el balance total. Ella pensó: “primero sumo 100 a 483, lo que da 583. Pero sumé demasiado, de manera que debo restar 10 a 583. El resultado es 573”.
La hilera de flechas siguiente representa el método de Carina:

$$483 \xrightarrow{+100} 583 \xrightarrow{-10} 573$$

Escribe nuevamente los problemas siguientes como hileras de flechas y luego resuélvelos. Cada hilera de flechas debe indicar cómo usar el método de Carina para calcular mentalmente el resultado.

a) 624 + 99	b) 624 – 99	c) 5444 + 999	d) 5444 – 999
e) 832 + 90	f) 832 – 90	g) 1573 + 98	h) 1573 – 98
i) 365 + 997	j) 4526 – 997	k) 6000 – 991	l) 5001 + 998

10.2. Diferentes maneras
Alberto y Beatriz quieren sumar 235 más 48 sin usar calculadora, papel ni lápiz. Alberto pensó: “235 + 40 son 275; 275 + 8 son 283”. Y Beatriz pensó: “235 + 50 son 285. 50 es demasiado, de manera que debo restar 2. 285 – 2 son 283”.
Escribe una hilera de flechas que muestre el método de Alberto y otra que muestre el método de Beatriz.

10.3. Usando hileras de flechas describe por lo menos tres maneras de calcular mentalmente 492 + 39.

10.4. Usa hileras de flechas para describir por lo menos dos maneras de resolver mentalmente cada uno de los problemas siguientes. Asegúrate de incluir los resultados.

a) 468 + 29	b) 986 – 91	c) 99 + 250	d) 986 – 49
e) 328 + 28	f) 506 + 58	g) 880 + 28	h) 640 + 48
i) 543 + 39	j) 3962 + 39		

10.5. Ganar y perder

Todos los días después de la escuela José juega a las bolitas. Ayer comenzó el día con 136 bolitas y ganó otras 16. Hoy perdió 9 bolitas.
Cada hilera de flechas representa un método para calcular el número de bolitas que tiene José ahora.

$136 \xrightarrow{+16} 152 \xrightarrow{-9} 143$

$136 \xrightarrow{+7} 143$

Explica por qué las dos hileras de flechas anteriores representan el número correcto de bolitas que tiene José ahora.

10.6 Completa los números que faltan para cada una de las hileras de flechas siguientes y acorta luego cada hilera, de manera que tenga una sola flecha:

a) 93 → +25 → ☐ → -20 → ☐

b) 589 → -100 → ☐ → +99 → ☐

c) 97 → +1000 → ☐ → +1000 → ☐

d) 35 → +1000 → ☐ → -800 → ☐

e) 763 → +98 → ☐ → -2 → ☐

f) 603 → +75 → ☐ → +25 → ☐

g) 800 → +98 → ☐ → -100 → ☐

h) 800 → -100 → ☐ → +98 → ☐

10.7. Las hileras de flechas de los problemas g y h pueden escribirse de la misma manera. Explica por qué.

10.8. Las hileras de flechas siguientes no dan el mismo resultado, a pesar de tener los mismos números y operaciones. Explica por qué.

600 → +200 → ☐ → x2 → ☐

600 → x2 → ☐ → +200 → ☐

10.9. Halla el resultado de cada una de las hileras de flechas siguientes:

a) 38 → x 2 → ☐ → x 4 → ☐ → - 20 → ☐ → : 2 → ☐

b) 70 → + 50 → ☐ → - 60 → ☐ → x 3 → ☐ → - 10 → ☐

c) 38 → x 2 → ☐ → x 4 → ☐ → - 20 → ☐ → : 2 → ☐

d) 5 → x 20 → ☐ → - 20 → ☐ → x 2 → ☐ → : 2 → ☐

e) 1000 → : 4 → ☐ → x 4 → ☐ → - 500 → ☐ → + 500 → ☐

10.10. Ir al revés
En cada una de las hileras de flechas siguientes se da el resultado. Completa todos los números que faltan y halla el primer número de cada hilera.

a) ☐ → x 2 → ☐ → : 4 → ☐ → - 20 → ☐ → x 7 → 35

b) ☐ → + 19 → ☐ → x 2 → ☐ → - 100 → ☐ → - 95 → 5

c) ☐ → + 2 → ☐ → x 2 → ☐ → - 20 → ☐ → : 2 → 40

d) ☐ → + 50 → ☐ → - 10 → ☐ → : 3 → ☐ → - 2 → 78

e) ☐ → + 50 → ☐ → : 2 → ☐ → - 396 → ☐ → x 4 → 16

10.11. Crea hileras de flechas con los resultados y números de flechas siguientes:

a) ☐ → ☐ → ☐ → ☐ → 16

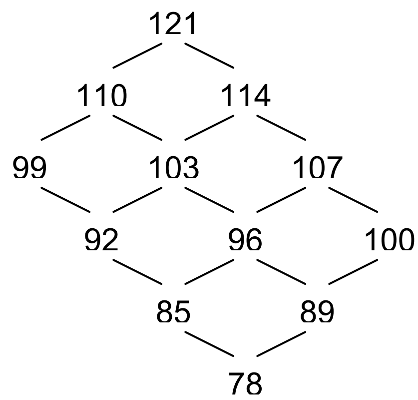
b) ☐ → ☐ → ☐ → ☐ → 20

c) ☐ → ☐ → ☐ → ☐ → 52

10.12. Para llegar del 99 al 100 hay 10 caminos posibles de 5 pasos. Este es uno de ellos:

$99 \xrightarrow{-7} 92 \xrightarrow{-7} 85 \xrightarrow{+11} 96 \xrightarrow{-7} 89 \xrightarrow{+11} 100$

Encuentra los otros y expresa las transformaciones de cada paso con lenguaje de flechas.



11. <u>PATRONES</u> *(Predicción, comprobación y explicitación de la ley que rige la secuencia de un patrón dado).*

11.1. Completa dando tres números siguientes a los que te presentamos:
a) 10 200 3000 40000 ? ? ?
b)1…12…23…34…45… ? ? ?

11.2. A continuación aparecen números del cero en adelante sobre una tira de papel. La tira tiene bandas de color gris y blanco alternadas empezando por el gris.

0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**

a) Observa el patrón para los números gris. ¿Qué número le corresponde al lugar 50 del patrón?
b) Observa el patrón para los números blancos. ¿Qué número le corresponde al lugar 50 del patrón?

11.3. A continuación aparece una tira diferente hecha con el patrón repetitivo punteado-blanco-gris:

0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**

a) Observa el patrón para los números punteados. ¿Qué número le corresponde al lugar 100 del patrón?
b) Haz lo mismo para las secuencias de números blancos y de números grises. Explica cómo lo hiciste.
c) ¿De qué color crees que será el número 54? ¿y el 128? ¿ y el 1543?
d) Elige un número de cuatro cifras que puedas asegurar que será gris.

11.4. A una secuencia que tiene un aumento constante se le llama *progresión aritmética.* Por ejemplo:

2	9	16	23			

+7 +7 +7

a) ¿Estará el número 100 en la tira de números? ¿Cómo lo sabes?
b) ¿Qué ocurre con el número 200?
c) Escribe un número grande que nunca aparecerá en la tira. ¿Cómo lo sabes con seguridad?

11.5. En lugar de sumar un número en cada tira, algunas progresiones aritméticas restan un número en cada paso.

85	83	81	79	77	75			

a) ¿Cuál es la disminución en este caso?
b) ¿Crees que esta tira se acabará en algún momento? Si es así, ¿cuál sería el último número?

11.6. Belinda, Carmen y Dina están ahorrando dinero trabajando a medio tiempo después de la escuela.
Belinda tiene actualmente $ 75. Ella decide añadir cada semana $ 5 a sus ahorros.
a) Crea una tira de números que comience con el 75 y que muestre el total de ahorros de Belinda cada semana.
b) ¿Cuántos son sus ahorros después de 10 semanas?

12. INVESTIGANDO NÚMEROS *(Propiedades de las operaciones)*

12.1. Cambalache en la suma

Observa:
92 + 57 = 97 + 52
37 + 19 = 39 + 17
No hay problema en hacer un “trueque” entre los dígitos de dos sumandos. La pregunta es: ¿Por qué esto funciona?

12.2. Cambalache en la resta

a) Sin embargo, el trueque no funciona en la resta. Basta ver un ejemplo:
92 – 57 ≠ 97 – 52
¿Puedes explicar por qué no funciona en la resta?

b) Exploremos cuál es el efecto de “trocar” en la resta. Considera estos ejemplos:
25 – 16 = 9 y 26 – 15 = 11. La diferencia entre los resultados es 2 (11 – 9 = 2)
37 – 24 = 13 y 34 – 27 = 7. La diferencia entre los resultados es 6 (13 – 7 = 6)
47 – 29 = 18 y 49 – 27 = 22. La diferencia entre los resultados es 4 (22 – 18 = 4)
Prueba con otros ejemplos. ¿Encuentras algún patrón? Si es así, explica por qué se verifican esos patrones.

12.3. Cambalache en la multiplicación

Observa:
21 x 34 ≠ 24 x 31
25 x 12 ≠ 22 x 15
Explica por qué el trueque no funciona en la multiplicación.
Explora el efecto de trocar en la multiplicación.

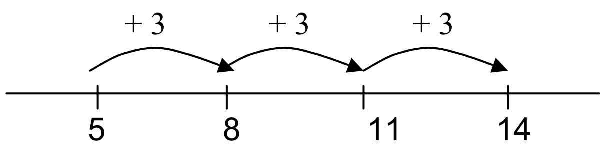
12.4. Invirtiendo dígitos

Observa:
13 + 25 ≠ 31 + 52

En general, invertir los dígitos en una suma no conduce a un mismo resultado. Lo mismo ocurre con la resta. Por ejemplo:
$29 - 16 \neq 92 - 61$
Pero, ¿qué ocurre con la multiplicación? Observa:
23 x 96 es igual a 32 x 69!

Sorpresivamente, hay más pares de números de dos cifras cuyo producto permanece constante cuando se invierte el orden de sus dígitos. ¿Cuántos pares puedes encontrar? Realiza una lista de todos los que puedas encontrar y explica qué tienen de especial esos pares de números.

12.5. Saltando en la recta numérica
Elige un número para "empezar" y otro para "saltar" (por ejemplo 5 y 3). Considera la sucesión obtenida:



¿Qué regularidad encuentras? Predice en qué número vas a caer después de hacer 100 saltos. ¿Cómo lo supiste? ¿Se podrá caer en el número 400, en él 500, en el 2004?
¿Cómo sabes?

12.6. 2002 ***(Descomposición en factores primos)***

La descomposición en factores primos del número 2002 es 2 x 7 x 11 x 13. Esto significa que los divisores de 2002 son 2, 7, 11, 13, 14, 22, 26, 77, 91, 143, 154, 182, 286, 1001 y 2002.
El número 2002 tiene exactamente 15 divisores.

a) Encuentra la factorización en números primos de 1998. ¿Cuántos divisores tiene 1998?
b) Explora si existe alguna relación entre la descomposición de factores primos de un número y el número de divisores que posee el mismo.

13. <u>PROBLEMAS</u> ***(Interpretación del sentido de las operaciones. Selección y simbolización de las operaciones aritméticas correspondientes a la situación planteada)***

13.1. Anota el año de tu nacimiento, súmale el año de un acontecimiento importante en tu vida, agrega tu edad, y el número de años transcurridos desde el acontecimiento importante. (Rta: La suma de estos 4 números dará siempre el doble del año presente)

13.2. Seguramente ya sabes de memoria el resultado de algunas multiplicaciones, por ejemplo 3 x 2. Otras, en cambio, necesitas pensarlas y buscar maneras de resolverlas.
a) Escribe en la tabla seis multiplicaciones que ya sabes de memoria y seis que aún no.

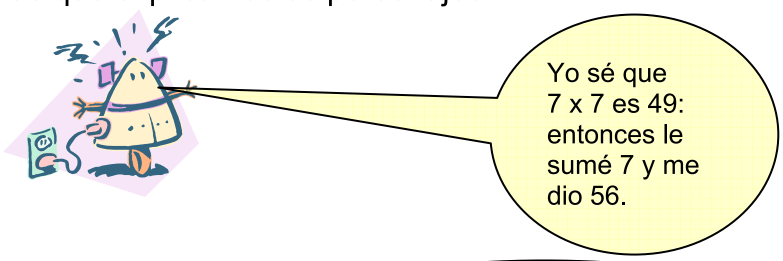
Ya sé	Todavía no sé

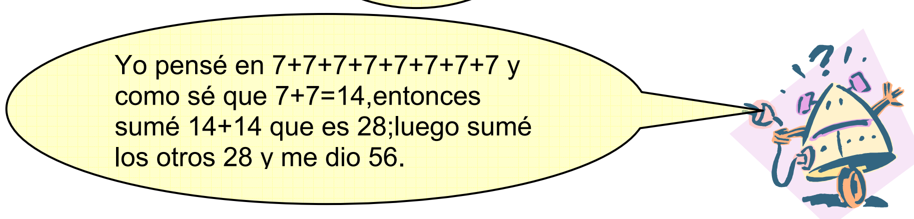
b) Compara las tablas con tus compañeros de equipo, elijan multiplicaciones que ya saben todos y escríbanlas en esta otra tabla.

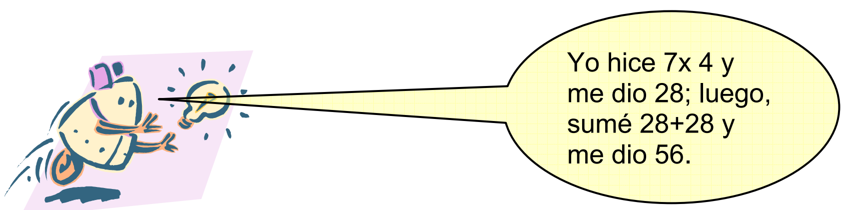
Ya las sabemos todos	Todavía no las sabemos todos

c) Elige algunas multiplicaciones de la columna “Todavía no las sabemos todos“ y busca una forma de encontrar el resultado más o menos rápidamente.

13.3. Busca una manera de saber cuánto da 7 x 8. Compara la forma que encontraste con las que explican estos personajes:







Si tu manera es distinta explícala aquí:..

13.4. a) En la parte central del Teatro Odeón hay 30 filas de 8 butacas cada una. ¿Cuántas butacas hay en la parte central?. Escribe los cálculos que realizaste para resolverlo. Compara con tus compañeros las formas que utilizaron.
b) Para este problema, los niños del equipo azul de 3° A utilizaron dos formas distintas. Para explicarlo dijeron:
“Averiguamos que en 5 filas hay 40 butacas, y luego sumamos para saber que en total hay 240 butacas”.
“Averiguamos que en 10 filas hay 80 butacas, y rápidamente encontramos el resultado”.
Escriban los cálculos que usaron.

13.5. Resuelve:
20 x 4 =   50 x 6 =   40 x 7 =

13.6. La cuenta de multiplicación *(Algoritmos convencionales y no convencionales)*

13.6.1 Observa esta otra manera de resolver 37 x 8:

$$\begin{array}{r} {}^{5} \\ 37 \\ \times\ 8 \\ \hline 296 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{l} {}^{5} \\ 30 + 7 \\ \times\ 8 \\ \hline 296 \end{array}$$

a) Trata de explicar cómo se realiza. Comenta con tus compañeros las explicaciones que dieron.

b) Utiliza la forma anterior para resolver las siguientes cuentas:

$$\begin{array}{r} 54 \\ \underline{\times\ 6} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 65 \\ \underline{\times\ 8} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 28 \\ \underline{\times\ 7} \end{array}$$

13.6.2 ¿Servirá también para números grandes? Resuelve los siguientes cálculos de esa manera y controla luego los resultados usando otro procedimiento o calculadora:

$$\begin{array}{r} 316 \\ \underline{\times\, 6} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 424 \\ \underline{\times\, 4} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 852 \\ \underline{\times\, 3} \end{array}$$

> En otros lugares del mundo, las cuentas se escriben de otra manera. Por ejemplo:
>
> $$\begin{array}{rr} & \underline{328 \quad \times \quad 8} \\ & 64 \\ + & 160 \\ & \underline{2.400} \\ & 2.600 \end{array}$$

13.7. Emilia ha aprendido muy bien los dobles de los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Ella afirma que conociendo esos dobles puede calcular 5 x 4. ¿Cómo crees que hace Emilia? ¿Cómo puede calcular 5 x 8 si sólo sabe multiplicar por 2. Busca otras multiplicaciones que puedas resolver de este modo.

13.8. Observa: **(*Uso de estrategias para resolver cálculos)***

22x28 = 20x30 + 2x8 = 616

36x34 = 30x40 + 6x4 = 1224

8.1 ¿Cuánto es 84x86; 93x97; 37x33; 61x69?

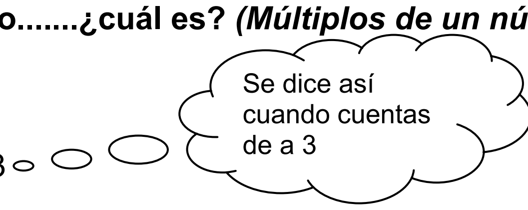
Observa ahora: 28x88 = 2464; 37x77= 2849

8.2 Efectúa en base a lo anterior: 67x47; 19x99; 83x23; 27x87.

8.3 La tecla de multiplicar está rota ¿cómo calculas 63x6; 78x99; 67x152?

13.9. Estoy pensando en un número.......¿cuál es? *(Múltiplos de un número. Paridad)*

13.9.1 5 7 9 12
Es menor que 11, y es múltiplo de 3



13.9.2 4 7 14 15 16
Es múltiplo de 2, y es mayor que 2 x 7

13.9.3 2 3 4 5 6 7
No es impar, y es múltiplo de 3

13.9.4 12 15 17 18 20
Es múltiplo de 3, y es múltiplo de 5

13.9.5 6 8 9 10 12
Es mayor que 7 – 1, es múltiplo de 2 y es múltiplo de 3

13.9.6 5 9 10 12 15
Es múltiplo de 5, no es múltiplo de 3 y no es múltiplo de 2

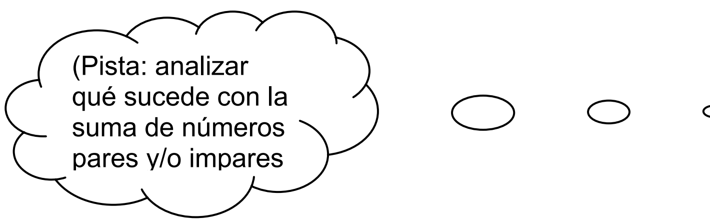
13.10. ¿Puedes resolver este acertijo? “I” ya está resuelto

		I		
0	1	2	3	4

I : es múltiplo de 2, es menor que 4 y es mayor que 1
A : es menor que 3 y es impar
E : es múltiplo de 2 y es mayor que el valor de I
M : cuando lo sumas a otro número el resultado es el mismo número
Z : es mayor que 1 +1 y es menor que el valor de E.

13.11. Tres sumas *(Suma de pares e impares)*

Ubica las cifras del 1 al 9 a razón de una por casilla y sin repetir para que las tres sumas sean correctas, o bien demuestra que esto es imposible.



$\square + \square = \square$

$\square + \square = \square$

$\square + \square = \square$

.

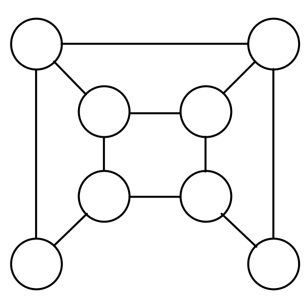
13.12. Meses consecutivos

Estas dos hojas de almanaque pertenecen a meses consecutivos. Los asteriscos señalan días con el mismo número. ¿De qué meses se trata?

D	L	M	M	J	V	S
	*					

D	L	M	M	J	V	S
		*				

13.13. Ubica los números del 1 al 8 a razón de uno por casilla y sin repetir, de modo que la suma de cada par de casillas conectadas sea un **número primo**:



(Pistas: las sumas deben dar 3, 5, 7, 11 ó 13 ¿por qué?)
Hay casillas conectadas con tres casillas y otras conectadas con dos.
El 7 y el 8 no pueden estar en casillas conectadas con tres casillas. ¿por qué?)

13.14. ¿Cuántos chicos de tu clase juntos pesan aproximadamente lo que pesa un oso polar de 500 kilos?

13.15. Al capitán de un barco varado acaban de informarle que los únicos víveres que quedan son 4000 galletas. En el barco hay 64 tripulantes. Si cada uno de ellos recibe una ración diaria de 3 galletas, ¿para cuánto tiempo alcanzarán las provisiones?

13.16. Pedro duerme ocho horas por día. ¿Cuántas horas duerme en un mes? ¿Cuántas horas duerme en un año? ¿Y en siete meses? ¿Aproximadamente cuántas tiempo va a haber dormido cuando llegue a los 40 años? ¿Podrías hacer este último cálculo de una manera más corta?

13.17. El auditorio de la escuela tiene butacas organizadas en tres secciones. La sección del medio tiene 21 hileras con 13 asientos en cada una. Las otras dos secciones tienen 21 hileras con 11 asientos en cada una. ¿Alcanzarán las butacas para 700 personas?

13.18. Producto curioso

Escribe en una hoja de papel el número 12345679 (observa que falta el 8) y dile a un compañero que puede multiplicar este número por otro y el producto será una misma cifra repetida varias veces, la cual podrá elegir tu amigo. Supongamos que elige el 4, entonces le dices que multiplique el número de arriba por 36 (o sea 4x9): 12345679 x 36 = 444 444 444.

13.19. Curiosidades

13.19.1 Dividiendo el número 370 370 370 (tres veces 370) por 3 el cociente da 123456789. ¿Quieres probar?

13.19.2 Observa que en cada caso se multiplica un número por otro y sus múltiplos:

a) 37 x 3 x 1 = 111
37 x 3 x 2 = 222
37 x 3 x 3 = 333
37 x 3 x 4 = 444
37 x 3 x 5 = 555
37 x 3 x 6 = 666
37 x 3 x 7 = 777
37 x 3 x 8 = 888
37 x 3 x 9 = 999

a) 101 x 11 x 1 = 1111
101 x 11 x 2 = 2222
101 x 11 x 3 = 3333
101 x 11 x 4 = 4444
101 x 11 x 5 = 5555
101 x 11 x 6 = 6666
101 x 11 x 7 = 7777
101 x 11 x 8 = 8888
101 x 11 x 9 = 9999

b) 8547 x 13 x 1 = 111 111
8547 x 13 x 2 = 222 222
8547 x 13 x 3 = 333 333
8547 x 13 x 4 = 444 444
8547 x 13 x 5 = 555 555
8547 x 13 x 6 = 666 666
8547 x 13 x 7 = 777 777
8547 x 13 x 8 = 888 888
8547 x 13 x 9 = 999 999

d) 15 873 x 7 x 1 = 111 111
15 873 x 7 x 2 = 222 222
15 873 x 7 x 3 = 333 333
15873 x 7 x 4 = 444 444
15873 x 7 x 5 = 555 555
15873 x 7 x 6 = 666 666
15873 x 7 x 7 = 777 777
15873 x 7 x 8 = 888 888
15873 x 7 x 9 = 999 999

c) 3367 x 33 x 1 = 111 111
3367 x 33 x 2 = 222 222
3367 x 33 x 3 = 333 333
3367 x 33 x 4 = 444 444
3367 x 33 x 5 = 555 555
3367 x 33 x 6 = 666 666
3367 x 33 x 7 = 777 777
3367 x 33 x 8 = 888 888
3367 x 33 x 9 = 999 999

e) 12 345 679 x 9 x 1 = 111 111 111
12 345 679 x 9 x 2 = 222 222 222
12 345 679 x 9 x 3 = 333 333 333
12 345 679 x 9 x 4 = 444 444 444
12 345 679 x 9 x 5 = 555 555 555
12 345 679 x 9 x 6 = 666 666 666
12 345 679 x 9 x 7 = 777 777 777
12 345 679 x 9 x 8 = 888 888 888
12 345 679 x 9 x 9 = 999 999 999

Encontrar cuáles son las regularidades de cada tabla.

13.19.3 Observar las operaciones realizadas en cada caso y encontrar las regularidades:

0 x 9 + 1 = 1
1 x 9 +2 = 11

1 x 91 = 091
2 x 91 = 182

12 x 9 + 3 = 111
123 x 9 + 4 = 1111
1234 x 9 + 5 = 11111
12345 x 9 + 6 = 111111
123456 x 9 + 7 = 1111111
1234567 x 9 + 8 = 11111111
12345678 x 9 + 9 = 111111111
123456789 x 9 + 10 = 1111111111

3 x 91 = 273
4 x 91 = 364
5 x 91 = 455
6 x 91 = 546
7 x 91 = 637
8 x 91 = 728
9 x 91 = 819
(Observar las cifras de cada columna de los resultados)

13. 20. ¡Esfuérzate!

1. Con seis unos, y realizando las operaciones que sean necesarias, obtener como resultado 15.
2. Con cinco tres, y haciendo las operaciones precisas, obtener como resultado 100.
3. Con diez tres, y realizando las operaciones precisas, obtener 111.
4. Con cuatro cuatros hacer las operaciones que sean necesarias para expresar en cada caso los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 0.

<u>RESPUESTAS 3° Y 4°</u>

3.5
a)

5	6	4
5	**8**	2
5	**1**	9

b)

5	**4**	11
2	**10**	8
13	6	**1**

3.6

9	:	3	x	2
x		x		:
3	x	2	:	2
:		:		X
9	:	3	:	1

3.7
a)

27	+	62	=	89
+		+		+
34	+	24	=	58
61	+	86	=	147

4.1 a)

x	**8**	9	**6**
5	**40**	45	30
2	16	**18**	**12**
3	24	**27**	18

4.3 a)

160	800	**4000**
40	**200**	1000
10	50	250

4.3.k)

1	10	100
7	70	700
49	490	4900

: 7

4.4
Por ejemplo:
a) Por filas: 1 + 2 + 3 + 4 = 10
4 x 10 + 10 = 50
4 x 20 + 10 = 90
4 x 30 + 10 = 130 ; 90 + 10 + 180 = 280
b) por columnas: (10 + 20 + 30) x 4 + 4 + 8+ 12 +16 = 240 + 20 + 20 = 280
c) (1 + 34) + (2 + 33) +..............= 35 x 8 = 280

4.5 Estrategias similares a 4.4.

5.1 a)

110 125
55 55 70
30 25 30 40
18 12 13 17 23

5.1 I)

660
360 300
210 150 150
110 100 50 100
44 66 34 16 84

5.2

72
8 9
8 1 9

6.1
a) 34
b) todas las filas, todas las columnas y las diagonales mayores.
c)

9	6
4	15

7	12
14	1

16	3
5	1

2	13
11	8

10	11
6	7

d) 5, 3, 14, 12.

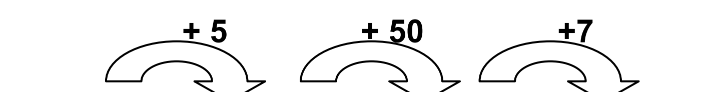
6.6 a)

7	0	5
2	4	6
3	8	1

7.1 Por ejemplo: 6 x 7 = 42
5 x 7 = 42 – 7 = 35
7 x 7 = 42 + 7 = 49

7.4 Por ejemplo: 57 + 68 = 60 + 70 – 5 = 125

9.1 A) Por ejemplo:



2345 **2350** **2400** **2407**

Rta.: Compraron 62 boletos (5 + 50 + 7)

10.3

$$492 \xrightarrow{+40} 532 \xrightarrow{-1} 531$$

10.8 El lenguaje de flechas realiza las operaciones en forma consecutiva.
En una expresión combinada de operaciones, se debe respetar la prioridad de las mismas. Es decir, primero realizar las multiplicaciones y/o divisiones y después las sumas y/o restas.

10.10 Al "ir la revés" se debe aplicar, en cada caso, la operación inversa.

11.2 a) 98 b) 99

11.3 a) 297 b) blancos: 298 y grises: 299 d) múltiplo de 3 más 2.

11.4 Para que esté en la tira debe ser múltiplo de 7 más 2.

12. Investigando números
12.1 La suma es conmutativa.
12.2 a) La resta no es conmutativa.
b) Es 2 veces la diferencia entre los dígitos. Expresa ambas operaciones en la línea numérica abierta para visualizar mejor.
12.4 Sean dos números de dos cifras ab y cd. Se debe cumplir que:
ab x cd = ba x dc
Descomponiendo cada número en forma polinomial resulta:
(10a + b) x (10c + d) = (10b + a) x (10d + c)
Realizando ambos productos (aplicando la propiedad distributiva) y luego cancelando algunos términos queda:
99 x a x c = 99 x b x d
Se debe cumplir que a x c = b x d
Por ejemplo: 26 x 93 = 62 x 39 = 2418 (2 x 9 = 6 x 3).
12.5 Debe ser múltiplo de 3 más 5.
12.6 a) 1998 = 2 x 3^3 x 37. Sus divisores son 2, 3, 37, 6, 74, 111, 222, 333, 999, 9.
b) Los divisores son, además de los factores que provienen de su descomposición factorial, los productos de los divisores que se van generando, pero no necesariamente todas las combinaciones de productos.

13.7 El doble de 5 es 10. El doble de 10 es 20.
5 x 8 = 5 x 4 x 2 = 20 x 2 = 40

13.10 A = 1 E = 4 M = 0 Z = 3

13.11 PAR + PAR = PAR
PAR + IMPAR = IMPAR
IMPAR + IMPAR = PAR
Del 1 al 9 hay 5 números impares y 4 números pares, por lo tanto no se pueden combinar todos para que den los resultados deseados.

BIBLIOGRAFÍA

PENA, M. (1999): *El problema. 240 problemas para escolares de 6 a 9 años, para motivar y construir su aprendizaje matemático.* Ed. Aula. Montevideo. Uruguay. (Interesante esfuerzo sobre la comprensión de problemas bajo diferentes formas de presentación para Primer Ciclo)
GARCÍA A. Y ZORZOLI, G. (1996): *Construyendo con Lápiz y Papel. Matemática nº 3. Primer Ciclo. Tiempos Editoriales.* Argentina.
PARRA, C. Y SAIZ, I. (2000): *Hacer Matemática 1, 2 y 3*. Libros de texto de Editorial Estrada. Argentina.
BOSWINKEL, N. y otros (2001): *Wis en Reken*. Bekadidact Baran.
BERGADÁ MUGICA, E. y otros (1999): *Así aprendemos 1, 2 y 3*. Cap 2. Ed. Hachette.
BRESSAN A. GALLEGO F.(2001): *Tratamiento de la información. Ficha de trabajo: El calendario*. EDUCAR.
SEGOVIA, I. Y OTROS (1988): *Estimación en cálculo y medida*. Editorial Síntesis. España.#
BRESSAN, A. Y BOGISIC, B. (1996): *"La estimación, una forma importante de pensar en matemática"*. Documento de Desarrollo Curricular No 1. Consejo Prov. de Educación. Río Negro.
DISEÑO CURRICULAR EGB 1 Y 2 (1996): *Área Matemática*. Consejo Prov. de Educación de Río Negro.
KAMII, C. (1995): *Juegos colectivos*. Páginas 125 a 161 del libro "Reinventando la aritmética III". Ed. Visor.
SOWDER, J. (1992): *"Estimation and Number Sense*". Chapter 16. Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Mc Grow D.A.. N.Y.
PEÑAFIEL, F., REYS, B. Y REYS, R. (1990): *Desempeño y estrategias en la estimación en operaciones aritméticas*. Rev. Educación Matemática. No 1. Vol 2. Abril. GEI.
CHEMELLO, G. (1997): *El cálculo en la escuela: las cuentas, ¿son un problema?*. Páginas 81 a 107 del libro "Los CBC y la enseñanza de la matemática". Bressan A., Gysin L. y otros. A-Z Editora.*
BROITMAN, C. (2001): *Las operaciones en el primer ciclo*. Ed. Novedades Educativas.
GIMÉNEZ J. Y GIRONDO L. (1993): *Cálculo en la escuela. Reflexiones y propuestas*. Ed. Graó.
MENNE, J. (2001): *Met sprongen vooruit*. Wilco. Amersfoort. Utrech. Holanda. Traducción: Graciela Cohen.
DIBRIENZA, J. Y SHEVELL, G.(1998): *Cadenas numéricas: desarrollando eficiencia de cálculo en una clase costructivista.* The Constructivist. Vol. 13, nº 2. Association for Constructivist Teaching and the Project Construct National Center.Traducción: Adriana Rabino
KOVACS, D. Y SKVARCA, I. (1995): *120 acertijos para hacerse el bocho.* Ed. de la Urraca.
LANDER, I. (1998): *Magia Matemática*. Ed. Labor Bolsillo Juvenil.
ED. PRIMAVERA. Revistas de entretenimientos *Joker* y *Crucigrama.*
ED. DE MENTE. Revista de entretenimientos *Quijote*
DIARIO RÍO NEGRO. Suplemento *Zona de Juegos*.
DIARIO CLARÍN: Sección *Plaza de papel*. Revista Viva.
ED. H. FOURNIER (1984): *Juegos con Naipes Españoles*.
KAPLAN, D. Y CHARA, S (2002): *Jaque mate....mático*. Serie Puntos Cardinales 6. Ed. Aique.
BARALLOBRES, G. (2002): *Matemática 6*. Ed. Aique.
ZOLKOWER, B. (Comp.): *Handbook of Mathematical-Didactical Activities* (Documento inédito)
PERELMÁN, Y (1973): *Matemáticas recreativas*. Ed. Mir. Moscú Traducción al español en 1979.
PERELMÁN, Y (1978): *Álgebra recreativa*. Ed. Mir. Moscú. Traducción al español en 1978.
GARDNER, M. (1992): *Los Acertijos de Sam Loyd*. Zugarto Ediciones.
GRAVEMEIJER, K (1994): *Developing realistic mathematics education*. Utrech: Instituto Freudenthal.
ENCICLOPEDIA BRITANICA (1998): *Herramientas numéricas. Las matemáticas en contextos* (MIC). Traducción: Hispanex. Boston.MA.
ENCICLOPEDIA BRITANICA (1998): *Patrones y figuras. Las matemáticas en contextos* (MIC). Traducción: Hispanex. Boston.MA.