Gobernador
Dr. Pablo Verani

Presidente Consejo Provincial de Educación
Oscar Machado

Vocales
Elsa Ramirez de Lobo
Artemio Godoy
Virginia Tomassini

Directora General de Educación
A. Beatriz Arias de Lavayén

Directora de Nivel Primario
Lijia Bou Abdo

EQUIPO DE TRABAJO

Secretaría Técnica de Gestión Curricular

Coordinación General
Nora Violeta Arbanás

Colaboración
Sergio Galván
Ana Caro

Asistencia Técnica
Alicia Lucino de Bertoni

Tipeado
Diseño y Diagramación
Analía Romero

Consejo Provincial de Educación 1998

Indice

«La división por dos cifras : ¿un mito escolar?»

	Pág.
Introducción	3
¿Por qué hacen esto?	3
¿Qué se ve en la escuela actual respecto de la enseñanza de los algoritmos de la división?	6
¿Cómo puede enseñar la división por dos cifras?	9
Algunas actividades para mejorar el proceso de dividir	18
Observación del día 30/5/89. 6º Grado. Escuela Nº 267	26
Bibliografía	30

Elaboró este Documento:
Prof. Ana María Porta de Bressan

Introducción

«La división se vino enseñando como un proceso de estimación, redondeo, multiplicación y sustracción sin saber a ciencia cierta que es lo que se estaba haciendo. Todo parece un laberinto que conduce a algún lado, pero que la mayoría de los casos si se sale de él es por pura memoria» Lola J. May (1974.Teaching Mathematics in the Elementary School. 2da Ed. Macmillan Press. N. York.)

«El **cálculo** no se desvincula del significado de la operación, que será lo que permita considerar la razonabilidad del resultado, pero el procedimiento de calcular se rige por propiedades que no están estrictamente ligadas al problema sino a la naturaleza de los números que intervienen, a las reglas del sistema posicional decimal y a las propiedades de la operación en si misma. Lo que sí importa en la relación del cálculo con el problema es el grado de exactitud requerido». (D.C. R. N. EGB 1 y 2. 1997).

El objetivo del presente documento es analizar el valor de la enseñanza del algoritmo convencional de la división por dos cifras y presentar alternativas para la misma.

¿Por qué me hacen esto?

...se preguntan los docentes desde tercero a séptimo grado, y más de uno en la secundaria, cuando ven a sus alumnos cometer errores como los siguientes al dividir:

```
1504 |_4___
  34   38
    2
```

```
1504  |_4___
101     426
   24
```

```
1504 |_4___
  00   301
  04
   0
```

```
1504 |_4___
 30    37
  2
```

```
1504 |_4___
  30   3076
  24
   0
```

```
1504 |_4___
  30    3
  24
```

```
1504 |_4___
  05   1126
  10
  24
```

Ubicación incorrecta de los restos, omitir bajar ceros o colocarlos en el cociente, dejar restos iguales o mayores que el divisor, olvidar de registrar números en el cociente, obtener valores desproporcionados en relación con los numerales intervinientes en los cálculos y no discutir la razonabilidad de los resultados obtenidos, son defectos que a diario se encuentran en las cuentas de dividir de nuestros alumnos.

¿Serías capaz de determinar cuál de los errores nombrados corresponden a cada una de las cuentas anteriores?
El desconocimiento de las leyes que rigen nuestro sistema de numeración posicional decimal es una de las causas principales de los errores antes mencionados. Justifique esta afirmación.

En realidad los alumnos no tratan de «hacer mal las cosas», sólo ponen de manifiesto sus dificultades en el aprendizaje del algoritmo de la división.

Este algoritmo, en especial cuando el divisor es un número polidígito, se ha tornado por años en uno de los cucos de la escuela primaria. Sobrestimado en su importancia tanto por los padres, quienes a menudo juzgan el trabajo escolar en base a si sus hijos dividen o no por dos cifras, o si dejan o no la resta indicada en sus cuentas; como por los maestros, que no se resignan a postergar su enseñanza para los grados medios y superiores dedicándole enormes esfuerzos y tiempo desde los grados inferiores.(¿Cuántas veces se escucha decir: « yo lo enseñé, pero no sé qué pasa que se lo olvidan en las vacaciones»?…)

¿De dónde vienen estos tabúes?. Todos sabemos el peso que la educación matemática del siglo pasado y comienzos del presente daba a los aprendizajes aritméticos en forma de recetas mágicas (productos terminales del quehacer de los matemáticos) que los alumnos debían utilizar memorísticamente y con agilidad. Saber calcular con eficacia y prontitud era señal de ser buen alumno en matemática, aunque no se supiera que propiedades ni relaciones entraban en juego en esos cálculos.

A. escribe en el pizarrón:

Sus compañeros discuten:

```
63842   :   10
03          63842
 08
  04
   02
    0
```

C: « dice 6 por 1 y es 6 por 10…»

M: «el 2 del resto se lo pone al final!»

A se justifica: «en el otro colegio la maestra me dijo que cuando una cuenta era así que tuviera en cuenta el 1 sólo…que me olvidara del 10!»

Ma.: «Pero no es lo mismo! ¿Cómo va a ser lo mismo repartir caramelos a 10 chicos que a 1?»

Varios: «Con tu forma de dividir llegás al mismo número de donde empezaste y no puede ser!»

C: «Lo que pasa es que tuvo otra maestra»

¿A qué puedes atribuir el comportamiento de A?

Casos como el anterior demuestran a diario que la mecanización por sí sola no puede reemplazar la comprensión de significados, ya que lo mecanizado se pierde con la falta de uso y es difícil de reconstruir sólo a partir de la memoria. Este es el caso de la división con polidígitos, cuyo problema comienza con la enseñanza de la división por dos cifras a la cual se le da gran importancia en variados años de nuestra escolaridad y cuyos logros suelen ser un ¨analfabetismo divisivo¨ bastante popularizado y extendido en niños y adultos.

La aparición de la calculadora ha puesto en tela de juicio todo el trabajo de cálculo aritmético. En la educación matemática actual el cálculo sigue teniendo valor, pero con un sentido distinto al tradicional. Hoy el interés hacia el mismo se centra en la comprensión de su estructura profunda, que demuestra la inteligencia de quienes los crearon y las posibilidades de recrearlos y no en considerarlos como destrezas rutinarias.

Se lo ve como un medio de desarrollar el pensamiento algorítmico, forma de pensamiento matemático que frente a un problema permite que el alumno desarrolle las estrategias necesarias para darle solución, **ordenando los procedimientos, actuando con lógica y economizando esfuerzos y tiempo.** Así el cálculo oral como el escrito, y aun el realizado con calculadoras, serán un motivo de desarrollo de competencias en el alumno al permitir la evolución de sus estrategias de pensamiento y habilidades específicas.

«Habrá que poner el acento en la comprensión e interpretación de lo que se está haciendo, pero será superflua la energía dedicada a adquirir agilidad en las rutinas que la máquina realiza con mucha mayor rapidez y seguridad. En la programación de nuestra enseñanza habremos de preguntarnos constantemente dónde vale la pena que apliquemos nuestro esfuerzo inteligente y cuáles son las rutinas que podemos confiar a nuestras máquinas… Con ello podemos liberar lo mejor de nuestra capacidad mental a la resolución de problemas que todavía son demasiado profundos para las herramientas de que disponemos» (Gil Pérez D. y Guzmán Ozamís M. Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e Innovaciones. MEC. España. 1994)

¿Qué se ve en la escuela actual respecto de la enseñanza de los algoritmos de la división?

Digamos primero, que se ha avanzado bastante en el proceso de que los alumnos tomen conciencia de los distintos significados de las operaciones. Es así que los niños de tercero o cuarto grado probablemente estén en condiciones de comprender que problemas como los siguientes se resuelven con una división:

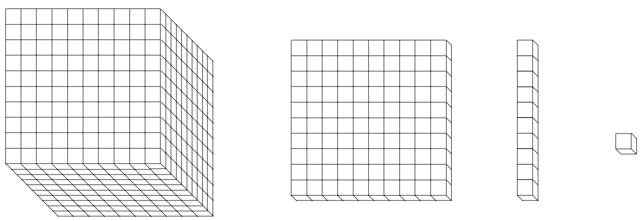
- Con 124 caramelos ¿cuántas bolsas de 6 caramelos puedes hacer? (Problema que requiere **partir** en subconjuntos de igual cardinal).
- Si dispones de 57 bolitas ¿cuántas podrán tener tú y tus 2 compañeros de manera que todos tengan la misma cantidad? (Problema de **repartir** la misma cantidad de elementos en un número determinado de conjuntos).
- Mi mamá está armando mi mochila para el campamento. Ella piensa que puedo lucir 8 conjuntos distintos de ropa llevando sólo 2 pantalones y remeras de distintos colores. ¿Cuántas remeras distintas debo llevar? (Problema de **determinar el cardinal de uno de los conjuntos** que dio lugar a la formación de pares)

Sin embargo, aun se suele dar por sobreentendido y no se profundiza demasiado en que la repartición buscada debe ser equitativa o los subconjuntos en que se ha de partir el total deben tener igual número de elementos, ni se analiza en profundidad el valor lógico del resto y del resultado, insistiéndose enormemente en trabajar con divisiones exactas, en tanto que en la vida real no son las más frecuentes.

> Analiza que operación requiere cada uno de los siguientes problemas y resuélvelos pensando en diferentes estrategias que pueden usar tus alumnos.
> ¿Qué encuentras en ellos que los diferencia de los problemas de división habituales?

• Necesito comprar sobres para archivar 35 tarjetas. ¿De cuántas maneras distintas podré hacerlo si deseo que en cada sobre haya el mismo número de tarjetas?¿Cuántos sobres serán necesarios en cada caso?.
• Quiero preparar una torta para mis compañeros de colegio. Como somos muchos necesito 18 huevos para hacerla. Mis gallinas ponen 4 por día. ¿Cuántos días deberé esperar hasta tener la cantidad deseada?
• María cocinó 26 masitas para Juan y sus tres amigos y las repartió en partes iguales ¿cuántas recibió cada uno si no sobraron masitas?

Los procedimientos de resolución de estos problemas que los docentes admiten en el primer ciclo suelen ser variados: el uso de materiales que representen la colección a repartir o a partir o los pares, los dibujos icónicos (caramelos, pantalones, bolitas, etc.) o esquemáticos (redondeles, palitos, cruces,...), las restas reiteradas, el tanteo, la estrategia de prueba y error, la utilización de materiales estructurados con encaje visual (por ejemplo, bloques Dienes) o sin él (fósforos o porotos y vasitos), los materiales con códigos establecidos arbitrariamente (1 cuadradito rojo vale 10 verdes y uno verde 10 amarillos, etc.).


(Bloques Multibase Dienes)

Todos ellos constituyen un buen punto de partida, sin embargo es necesario llegar a la expresión aritmética del problema y a su tratamiento matemático por medio de una cuenta o algoritmo. Pero esto exige el conocimiento del sistema decimal de numeración y es allí donde comienzan los conflictos.

Variadas investigaciones (Sinclair,1988; Sinclair-Scheuer,1992; Lerner,1992; Scheuer y otros, 1996), demuestran las dificultades que los alumnos poseen en la adquisición de este sistema. Por ejemplo, en el difundido libro de Kamii: Reinventando la aritmética (1992), se explica el desconcierto de los alumnos entre 4 y 9 años de edad al preguntárseles por el valor relativo de las cifras de números tan sencillos como el 16. Admitiendo que ese numeral representa dieciséis objetos, no pueden captar que el uno representa a 10 unidades hasta cerca de los 9 años de edad. Este trabajo fue seguido por varios de nosotros en múltiples investigaciones, volviéndose a confirmar las dificultades detectadas por Sinclair para que los alumnos aprendan prematuramente las leyes que sigue nuestro sistema de numeración.

La conservación de la cantidad representada por cada numeral polidígito requiere complejas relaciones parte-todo inherentes al sistema posicional decimal que son difíciles de coordinar por los niños (valores relativos de las cifras, valor absoluto de las mismas, valor total del numeral).

Por lo tanto, la enseñanza de las cuentas basada en nociones todavía muy endebles para los alumnos generalmente ocasiona aprendizajes endebles.

A pesar de todo, los alumnos llegan a aprender el algoritmo de la división de una cifra sin demasiados tropiezos. Pero todo se complica enormemente con la aparición de polidígitos en el divisor. Primero porque no se le dan los tiempos de construcción como al algoritmo precedente, pensándose en que los alumnos pueden transferir los procesos de uno a otro con facilidad. Y segundo porque estos algoritmos son realmente complejos en sí mismos.

En el libro «Cálculo en la escuela» de Gimenez J. y Girondo L. (1993) se destacan las particularidades del algoritmo convencional de la división:

> «Tiene una presentación extraña.
> Se empieza a operar por la izquierda.
> Hay que descomponer el dividendo para ver a «cuántos tocan».
> Hay que estimar la cifra del cociente; no pasarse pero acercarse al máximo.
> La comprobación no corresponde a los cálculos efectuados.
> Obliga a rehacerlo todo si no hemos realizado correctamente la aproximación»...

¿Quiere esta disertación significar que no se ha de enseñar la división por dos cifras hasta el tercer ciclo?. Se considera que no ha de ser así, pero se ha de tener en cuenta que la investigación demuestra que no existe un único algoritmo correcto para enseñar. **Es necesario tiempo, la búsqueda de estrategias personales de solución de cálculos y de caminos alternativos de aprendizajes de contenidos matemáticos cuando las formas tradicionales (por más económicas que sean) ofrecen resistencia de captación por parte de los alumnos.**

Justamente el objetivo de este documento es presentar otras ideas para la enseñanza de la división por dos cifras (y de allí para la división por la cantidad de cifras que quieran!) que puedan resultar más lógicas y accesibles a los alumnos que el algoritmo tradicional.

Para ejemplificar las estrategias espontáneas de división que usan los alumnos, aun de grados avanzados, se adjunta una observación de clase registrada en el marco de la investigación: «Una experiencia en enseñanza de la matemática», que se llevara a cabo durante 7 años, haciendo el seguimiento de una sección de alumnos de 1º a 7º grado en la escuela 267 de San Carlos de Bariloche (1984-1991) bajo la dirección de la autora del presente documento, y en la que participaran, entre otros, la docente Elba Vicens (maestra del grado) y la psicopedagoga Silvia Rivas. En ella se puede ver el papel de la interacción entre los alumnos que explican los procedimientos espontáneos de resolución propios y de otros compañeros. Como dato diremos que los alumnos ya habían comenzado a trabajar la división por dos cifras en el curso anterior con materiales y en base al sistema de numeración y, sin embargo, la mayoría vuelve a operar con esquemas de cálculo que les resultan más comprensibles que el algoritmo convencional.

¿Cómo puede enseñar la división por dos cifras?

Alternativa 1

Dar el mecanismo de la división a través de ejemplos reiterados que fijen palabras pistas. Muchos niños y adultos dividen sin saber realmente por qué lo hacen así, «razonando» de la siguiente manera:

> 4839: 39 «El 39 en el 4 **no entra**, pongo una rayita. El 39 **en el** 48 **entra** 1 vez, pongo 1.
> Resto 39 de 48 me da 9 y **bajo** el 3. El 39 en el 93 entra...2 veces. 39x2 es 78, resto de 93, me da 15.
> **Bajo** el 9, 159, me **entra** por 4, 39x4 es...»

Si bien esta forma de enseñanza puede ser inmediata, pues apela a la memoria, rara vez el alumno que aprenda de esta manera podrá justificar matemáticamente lo que está haciendo y prontamente, sin una práctica constante, olvidará el proceso, que por otro lado será incapaz de transferir a situaciones diferentes de las aprendidas. Más aún, las investigaciones demuestran que los alumnos se bloquean para usar sus conocimientos informales y generar estrategias personales, comprensibles para ellos y muchas veces exitosas, poniendo su confianza en los conocimientos formales, aunque mal entendidos, que se le imponen.

En esta alternativa en general se sigue una secuencia estricta de enseñanza en orden a la dificultad que posee el algoritmo. Por ejemplo, los pasos sugeridos suelen ser:
- comenzar con divisor dígito - dividendo y cociente con igual cantidad de cifras -

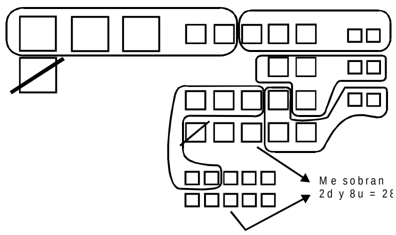
primero sin resto intermedio y luego con resto intermedio, por ejemplo: 668 : 6; 767 : 6.

- seguir con divisor dígito y cociente con una cifra menos que el dividendo, por ejemplo: 824 : 9.
- incorporar divisores bidígitos múltiplos de diez: 10, 20, 30, etc.
- continuar con divisores: 11,12,13,14…; 21, 22,23,…,etc.

Alternativa 2

Utilizando materiales concretos (estructurados y semiestructurados) que permitan transparentar el conocimiento de las leyes del sistema. Por ejemplo:

$$
\begin{array}{r|l}
476 & 32 \\ \cline{2-2}
\underline{32} & 14 \\
156 & \\
\underline{128} & \\
28 &
\end{array}
$$



a) ¿Cuántos grupos de 32 puedo formar con 47 decenas? (Uno)
b) ¿Cuántos grupos de 32 puedo formar con 15d 6u? (Cuatro).
c) ¿Queda algún resto? (2d 8u = 28u).

Realice un análisis del comportamiento de sus alumnos al utilizar material:

¿Qué inconvenientes y aciertos tiene su uso?
¿Cómo resulta el paso del material concreto, o el dibujo del mismo, al uso del simbolismo aritmético?

El trabajo con materiales es una ayuda valiosa para que los niños comprendan el uso del sistema de numeración en los cálculos, pero resulta que las acciones sobre el material no son tan fáciles de interpretar a nivel simbólico y esto tiende a incentivar una dependencia bastante larga en nuestros alumnos, del apoyo concreto o del dibujo para hacer las cuentas. Por otro lado, cuando los números intervinientes en los cálculos aumentan se genera confusión dado la cantidad de material que se ha de emplear o de dibujos a efectuar.

Pero **el inconveniente mayor** que posee esta alternativa cuando es utilizada con exclusividad es que deja de tratar al número (dividendo) como una totalidad, ya que trabaja en base al valor relativo de sus cifras. Esto puede pensarse como un motivo real para que los alumnos den respuestas totalmente inadmisibles respecto de la división que se les presenta. Poder decir que el resultado es 5, 50, 500 o 5000 pasa más por un análisis lógico y global de la cuenta a realizar, reconociendo los valores cardinales totales de los numerales intervinientes, que por el análisis de las partes del numeral. Al perder el sentido de la totalidad trabajando fragmentadamente cada orden del numeral (por ejemplo: um, c, d, u), el alumno suele perder la magnitud lógica del resultado y no ponderar la razonabilidad del mismo.

Para esta alternativa los prerrequisitos de aprendizaje requeridos son el conocimiento de las leyes de composición y descomposición de un orden en otro del sistema decimal, las tablas de multiplicar y la resta (como diferencia o como suma complementaria).

Alternativa 3

Para el tratamiento de esta alternativa es necesario que los alumnos hayan trabajado cálculo mental de productos de dígitos, de dígitos por la unidad seguida de ceros (por 10, 100, 1000, etc.), la multiplicación de un número por decenas o centenas enteras (por ejemplo: 8x10, 8x20, 8x200, 8x400, etc.), y especialmente comprender que es estimar un producto, encuadrar y redondear un número (Ver el Desarrollo Curricular Nº1: «La estimación, una forma importante de pensar en matemática»,1997).

Ejemplo 1:

Sea efectuar **72:3**

a) Calculemos el número de cifras del cociente:

• Para eso multiplicamos 3x10=30; 3x100= 300, estando 72 entre 30 y 300, el resultado estará entre 10 y 100 y por lo tanto tendrá dos cifras.

b) Hagamos la división:

• Supongamos que arriesgamos el valor 10 para comenzar la división. 3x10=30, este valor está bastante por debajo de 72. Tomemos un valor más alto, por ejemplo 20. 20x3=60. Nos acercamos bastante.
• Restemos 72-60=12.
• Nos queda dividir 12:3=4 ya que 3x4=12.
• Restemos 12-12=0 .

Por lo tanto el cociente es 20+4=24 y el resto igual a 0.

La cuenta correspondiente sería:

$$\begin{array}{r|l} 72 & 3 \\ \hline -\underline{6\,0} & 20+4 \\ 12 & \\ -\underline{12} & \\ 0 & \end{array}$$

Ejemplo 2:

4869 : 39

a) Calculemos primero el número de cifras enteras que va a tener el cociente. Para ello:

- Redondeo 39 a 40
- Busco un valor que multiplicado por 40 se aproxime a 4000, por ser un valor sencillo y cercano a 4869: 40x10, 40x100, 40x1000. Estando 4869 entre 4000 y 40000, el resultado estará entre 100 y 1000 (mucho más próximo al primero que al segundo) y por lo tanto, tendrá tres cifras.

b) Comencemos a dividir:

- Supongamos que el resultado sea 200, eso implica que 200x40 debe dar cerca de 4800, cosa que no es cierto ya que da 8000.

- Nuestro valor deberá ser menor que 200, por lo tanto será de la forma ¨ciento y pico¨.

- Para acortar nuestro esfuerzo de cálculo podemos hacer 4869:39 = 100... y restar 4869-3900=969. (Esto equivale a haber separado 100 grupos de 39 elementos)

- Nos quedará trabajar ahora con 969:39. En forma análoga a la anterior podemos multiplicar: 39x10= 390 (Muy bajo respecto de 969), 39x100=3900 (demasiado alto) con lo que el próximo valor del cociente estará entre 10 y 100, pero mucho más cerca de 10 que de 100.

- Probemos con 20 por ejemplo: 39x20=780, luego es restable de 969. Efectúo la resta y obtengo 189.
- 189 puede ser fácilmente pensado como 6x39 (en base al 18 inicial), pero este

valor resulta demasiado alto, probamos con 5x39 y finalmente con 4x39= 156 . Restamos 189-156 y obtenemos 33 de resto. Llevamos 4 al cociente.

La cuenta aparecerá de esta manera:

4869	39	redondeo 39 a 40
− 3900	100+20+4	40 x 10 = 400
969	1c,2d,4u	40 x 100 = 4000
− 780	C=124	40 x 1000 = 40000
189		
− 156		100 < C < 1000
33		

Otro ejemplo:

Sea dividir **12852: 342**=

a) Calculamos primero el número de cifras del resultado

342x10 = 3420, 342x100 = 34200, luego el resultado será mayor que 10 y menor que 100, por lo tanto tendrá dos cifras (observemos que 3420< 12852< 34200).

b) Comencemos a dividir:

● Pongamos por ejemplo que el resultado sea 20. Pero 20x342= 6840 y nos quedamos muy cortos.

● Arriesguemos a 30, 30x342= 10260 (Probablemente un alumno despierto se haya dado cuenta que el valor es casi el doble de 20 sabiendo que 2x3=6 y 4x3=12, pero hasta que logren la agilidad necesaria es conveniente dejarlos que prueben).

● Restamos 10260 de 12852 y obtenemos 2592.

● 2592:342= ?. Si hacemos 342x10=3420, por lo tanto nuestro valor estará entre 1 y 10.

●Probemos con 50: 42x50= 2100. Avancemos un poco más: 342x6= 2052. Estamos bastante próximos a lo deseado. Seguimos: 342x7=2394

● Restamos 2592-2394= 198 y obtenemos el resto.

Veamos la cuenta que pone de manifiesto parte de esta forma de pensar:

12852	342	
− 10260	30+ 7	342 x 10 = 3420
2592		342 x 100 = 34200
− 2394		342 x 1000 = 342000
198		
		10 < C < 100

Una vez que el alumno ha captado este proceso, y a medida que tiene mayor sentido de los números y sus diversas formas de expresión, podrá pasar a utilizar modos más cortos de escritura estimando las cifras del resultado o cociente correspondientes a cada orden según el sistema decimal.

Esta tercera alternativa de enseñanza de la división que trabaja con el valor cardinal del numerales intervinientes (dividendo y divisor) asegura una comprensión más integral del procedimiento a seguir y puede ser un paso anterior para trabajar la división en base a los órdenes del sistema posicional, como lo exige el algoritmo convencional clásico. **Es más, si habiendo entendido este procedimiento, algunos alumnos manifestaran dificultades en la captación del algoritmo tradicional, el docente no deberá preocuparse. Su misión ha sido cumplida pues ha generado en el alumno una herramienta poderosa de comprensión que le permitirá pensar con lógica sus propios procedimientos y resultados y los que obtenga a través de la calculadora.**

Por lo tanto, esta alternativa puede ser el fundamento para trabajar la alternativa 2 y luego llegar a automatizar los procedimientos como se indica en la alternativa 1, **pero nunca será conveniente hacerlo al revés.**

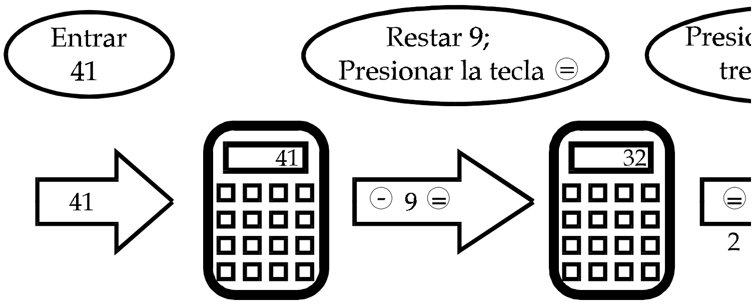
¿Serías capaz de justificar el algoritmo que utilizas habitualmente para dividir en tu vida cotidiana en base a la alternativa 3?.

En realidad «todos los caminos conducen a Roma», pero unos son más intrincados y sorpresivos que otros.

Alternativa 4

La calculadora es una herramienta de trabajo matemático que se impone en nuestro tiempo. Resulta imposible desconocer su uso. Veamos que utilidad posee para el cálculo de divisiones.

Sea efectuar 41 : 9



41: 9= 4 y resto 5 (utilizando la resta constante)

Esta alternativa propone el uso de la calculadora, siempre que el alumno haya comprendido el significado de la operación de división y su relación con la multiplicación.

Analice y discuta:

Existen por lo menos tres posibilidades de uso de la calculadora para efectuar divisiones enteras:

1) Mediante restas reiteradas, por ejemplo: 41: 9 = 4 y su resto es 5, porque 41-9-9-9-9 = 36 y 41-36 = 5
2) Mediante multiplicaciones, por ejemplo:

a) 41: 9 equivale a buscar un número n que multiplicado por 9 de 41 o próximo a él .
Probemos: 9x1=9; 9x2=18; 9x3=27; 9x4=36; 9x5=45 (¡me paso!), luego el valor más próximo para n es 4 y lo que me falta para llegar a 41 es el resto que obtengo haciendo 41-36=5.

b) El procedimiento de estimación trabajado en la alternativa 3 en base a la multiplicación por la unidad seguida de ceros también es utilizable para dividir con la calculadora
Sea efectuar 356:27, por el procedimiento dado me dice que mi resultado va estar entre 10 y 100. Por lo tanto mi resultado tendrá dos cifras y será más cercano a 10 que a 100, por ser 270 más cercano a 356 que 2700.
Pruebo entonces con un valor entre 10 y 20, por ejemplo 15: Efectúo 27x15 =

405 (¡me paso!); pruebo entonces con un valor menor que 15, por ejemplo 13: Hago 13x27 = 351. Este valor si me sirve, por lo tanto mi resultado será 13 y el resto 4.

3) Utilizar la tecla de dividir de la calculadora, pero en tanto estoy trabajando con «división entera» necesito despreciar los números decimales tomando sólo las cifras a la izquierda de la coma (enteras) como resultado y calcular el resto quitando al dividendo el producto del cociente por el divisor. Por ejemplo: Al dividir 487:56 aparece 8.6964285 en la pantalla de la calculadora. Tomo entonces 8 como cociente(resultado) y el resto de la división lo calculo haciendo 487 - (8x56) = 39. Este procedimiento recién podrá ser usado luego que los alumnos hayan comprendido la posibilidad de descartar las cifras decimales. Para ello deberán haber trabajado anteriormente con procedimientos de truncamiento y redondeo con números naturales y haber comenzado a entender la necesidad y el significado de las cifras decimales mediante problemas de medida, de uso del dinero o de divisiones inexactas.

¿Qué inconveniente presenta el cálculo de la división con calculadora en los grados inferiores?

Para poder juzgar la utilidad de las distintas alternativas presentadas anteriormente es necesario que se conozcan las ventajas y desventajas de cada forma de cálculo: mental, escrito y con calculadora.

El **cálculo escrito** con los algoritmos usuales:

- permite conservar los resultados y también parte de los procesos de resolución, con lo que posibilita localizar y corregir errores,
- permite obtener reglas- algoritmos, estrechamente ligados a la representación gráfico-simbólica, se trata de manipular símbolos sin referencia al mundo real,
- permite ahorrar tiempo y esfuerzo ya que la aplicación de reglas da lugar a una ejecución mecánica, sin necesidad de reflexión ni comprensión,
- necesita del cálculo mental, tablas de multiplicar y sumar,
- es abreviado, oculta gran parte de las operaciones y transformaciones intermedias que tienen que ver con el uso de propiedades (asociativa, conmutativa, distributiva),
- es analítico, los números se trabajan fragmentados, las cifras se operan separadamente, lo que lleva a perder de vista cuáles son los números con que se está operando,
- la comprensión del algoritmo depende de la comprensión del sistema de numeración posicional decimal,
- es general, es decir que cada algoritmo funciona igual con todos los números,
- no permite anticipar el resultado por sí mismo (como lo permite el cálculo mental).

El **cálculo mental:**

- se hace específicamente con la mente,
- es globalizador, toma al número como totalidad que se puede descomponer aditiva o multiplicativamente, contribuyendo a formar el sentido del número,
- busca sustituir o alterar los datos iniciales para trabajar con otros más cómodos o más fáciles de calcular, usando las propiedades del sistema y de las operaciones,
- requiere de ciertas habilidades: conteos, recolocaciones, descomposiciones, redistribuciones, compensaciones,
- permite anticipar el resultado,
- es motivador, pues conduce a la búsqueda de estrategias personales,
- permite afrontar con más seguridad problemas de la vida cotidiana.

El cálculo **con calculadora:**

- la máquina efectúa el procedimiento,
- el usuario introduce los elementos necesarios para operar,
- ahorra los esfuerzos que conlleva el cálculo escrito, permitiendo obviar la repetición mecánica de reglas,
- permite ahorrar tiempo de manera que el alumno pueda dedicar su atención a comprender otros temas de la matemática (distintos del cálculo) como por ejemplo, propiedades de los números y de las operaciones y otros que generalmente no se logran trabajar en las aulas (geometría, probabilidades, etc.),
- la calculadora es ajena a los errores de pulsación, factor que no se debe olvidar,
- permite resolver problemas con datos reales y complejos,
- no permite anticipar el resultado por sí misma.

A partir de reconocer el valor de cada tipo de cálculo debemos ubicar el uso de la calculadora en nuestra enseñanza. En el caso particular de problemas que impliquen división por polidígitos, especialmente si los números son grandes, se ha de permitir su utilización sin remordimientos de conciencia, pero atendiendo siempre al desarrollo de un pensamiento lógico a través de ese uso.

Por otro lado, el docente ha de utilizar esta herramienta para mejorar la comprensión del algoritmo mismo de la división (ver actividades que se adjuntan).

Una reflexión final: el mundo cambia vertiginosamente y nuestra enseñanza necesita adecuarse a estos cambios. Lo que pudo ser central en un tiempo puede tornarse periférico o hasta superfluo en la enseñanza de hoy. Es más importante hacer que el alumno cargue su «caja de herramientas» con formas de razonar, de resolver problemas y de comunicación matemática, más que con recetas, reglas y definiciones que sólo ajustan a casos particulares, quitándole a la matemática su potencia universal.

Los padres también podrán llegar a comprender esto si se lo podemos fundamentar con casos claros y concretos. En relación con la temática de este documento una buena idea puede resultar de invitarlos a una «clase» acerca de la división donde ellos contesten preguntas tales como: ¿por qué la multiplicación la realizamos de izquierda a derecha y la división de derecha a izquierda?, ¿qué significa «el 39 en el 4 no entra?, ¿cómo estimar el resultado de una división sin acudir al lápiz y al papel? ¿cómo comprobar la razonabilidad de un resultado?, etc. Los docentes que logran fundamentar sus prácticas con solvencia suelen ser respetados y apoyados por directivos, padres y alumnos.

Algunas actividades para mejorar el proceso de dividir

1) Trabajar la multiplicación de dígitos para contestar preguntas como 6x7=? ó 7x?=42. Para ello los juegos de Bingo, lotería de productos o cualquiera que el maestro cree a tal fin, tendrán buenos resultados.

2) Supongamos que cada miembro de una terna de alumnos debe ir saltando en un pie hasta el final de esta cuadra (largo del patio, aula, etc.) sin pasarse de la misma. ¿**Cuántos** saltos deberá dar cada integrante hasta llegar a destino partiendo de un mismo punto inicial?. Éste puede constituirse en un problema que exige la planificación de estrategias. Los alumnos han de medir la longitud de la cuadra estableciendo sus extremos, y medir sus saltos. Pensando que pueden replicar los saltos con una longitud constante les quedará comparar cuántas veces entra el salto de cada uno en la longitud total de la cuadra y determinar si hay un **resto** de trayecto para hacer a pie (ya que no pueden sobrepasarse del final establecido). El maestro ha de sugerir que escriban las formas de cálculo y la respuesta, para analizarlas entre todos. Por ejemplo, si la cuadra fuera de 10700cm y los saltos de 45cm, 52cm y 50cm respectivamente, los alumnos a través de estrategias multiplicativas y sustrativas que los vayan aproximando al resultado, podrían llegar a dar respuestas como las siguientes:

- «Tengo que dar 237 saltos y caminar 35cm, porque 10700cm = 237 x 45cm + 35cm».
- «Tengo que dar 205 pasos, porque mi salto es más largo y entonces salto menos que ustedes para llegar al final. Pero me falta un pedacito de 40cm para cubrir a pie.
  10700cm = 205 x 52cm + 40cm».
- «Yo no tengo que hacer nada a pie porque mis saltos entran justito. Por lo tanto, no tengo resto.
  10700cm = 214 x 50cm».

(Para números grandes es posible permitir el uso de la calculadora a los niños, pero se les ha de pedir que vayan escribiendo las cuentas que realicen con ella).

Si no surgiera naturalmente, el maestro orientará a sus alumnos para que aprecien que las multiplicaciones por la unidad seguida de ceros acortan el proceso de solución permitiendo obtener múltiplos «grandes» de las longitudes saltadas. En nuestro ejemplo, convendrá multiplicar 45x100 = 4500 y 45x10 = 450 para llegar más rápido al resultado. Así tendremos 10700 - 4500 - 4500 - 450 - 450 - 450 = 350. Queda, entonces, calcular cuántos saltos de 45cm entran en 350cm, lo cual es relativamente sencillo. El cociente estará dado por la suma 200 saltos + 30 saltos + 7 saltos. Pero ¡atención! habrá que determinar el resto, para tener el resultado completo del problema.

3) Trabajar la multiplicación por las decenas, centenas, unidades de mil enteras hasta que los niños asimilen las regularidades y las usen con naturalidad:

3x10; 3x20; 3x30; …..3x100; 3x200; 3x300;…; 3x1000; 3x2000;…

4) Resolver cálculos como los siguientes:

- Encontrar los números mayores que hagan verdaderas las siguientes expresiones:

?x9 < 47 5x? < 39 ?x8 < 51 7x? < 60

- Encontrar el mayor múltiplo de 10 que haga verdadera cada una de las siguientes expresiones:

?x7 < 387 8x? < 436 6x? < 510

- Encontrar el mayor múltiplo de 100 que haga verdadera las siguientes expresiones:

?x4 < 2769 8x? < 5.867 ?x5 < 4358

5) Proponer divisiones y cuestionarios para su realización como el siguiente. Por ejemplo:

Sea dividir: 538:8

1. ¿Puede ser el cociente un múltiplo de 100? ¿Por qué?
2. ¿Puede ser un múltiplo de 10? ¿Por qué?
3. ¿Cuál es el mayor múltiplo de 10 que puede ser usado como cociente?
4. ¿Puede ser 70?
5. ¿Cuál es el número mayor que al ser multiplicado por 8 es menor o igual que 538?
6. ¿Cuál es el resto de esta división?. ¿Considera qué es correcto? ¿Por qué?.

6) Explica, utilizando materiales o dibujos, el razonamiento de Eduardo para la resolución de:

a. 42:7 = «40 dividido 7 es 4; 3 y 3 y 3 y 3 son 12; 12 y 2 son 14; 14 dividido 7 es 2; 2 y 4 es 6»

b. 56:8 = «50 dividido 10 es 5; 5 veces 2 es 10; 10 más 6 es 16; 16 dividido 8 es 2; 2 más 5 es 7»

7) ¿Cuál de las siguientes respuestas parece más razonable? Justifica.

1845:6 = a. 37 con resto 3 b. 307 con resto3 c. 3070 con resto 3

(Los alumnos deberían tener en cuenta el número de cifras que puede tener el resultado multiplicando por 10, 100 o 1000 y comprender que el mismo va encontrarse entre 100 y 1000 y por lo tanto será b la respuesta correcta. Es necesario que los alumnos aprendan a **evaluar los cálculos antes de entrar en el proceso de solución** y estimar sus respuestas. Solamente de esta manera tomarán conciencia de respuestas sin sentido).

Buscadas por el docente las divisiones pertinentes, el mismo tipo de ejercicio prodrá promover en los alumnos la comprensión del cero en el cociente.

8) Los mismos tipos de ejercicios que se proponen para la división por dígitos se han de efectuar para la división por dos o más cifras. Por ejemplo:

23x10; 23x100; 23x1000; 23x10000

23x20; 37x300; 24x4000; 45x5000

El alumno debería llegar a trabajar estos cálculos mentalmente, entendiendo las regularidades que en ellos se dan y despojándose del uso del lápiz y el papel.

9) El trabajo con los órdenes del sistema de numeración interesa especialmente para el algoritmo convencional:

a. 23 x ? es menor o igual que 56 decenas?
b. 14 x ? es menor o igual que 72 centenas?
c. Sea 913:32

- ¿cuántas cifras tendrá el resultado?
- ¿se pueden hacer 100 conjuntos de 32 con 913 elementos?
- ¿cuántas decenas hay en 913?
- ¿pueden hacerse 20 conjuntos de 32 con 913 elementos? ¿Quedan elementos por fuera? ¿Por qué?.

● ¿cuál es el máximo de conjuntos de 32 elementos que pueden hacerse utilizando los 913 elementos?.

10) a) Estima el valor del resultado de 356 : 13. ¿Qué procedimientos utilizaste?. Analiza lo realizado y comparte con tus compañeros los procedimientos que usaste.

b) Te hacemos ahora nuestra propuesta para dividir 356 : 13:

b.1) Averigua cuántas cifras va a tener el resultado. Un recurso importante para esto lo constituye la multiplicación por la unidad seguida de ceros (10, 100, 1000, etc.).

Analiza:
13 x 1 = 13
13 x 10 = 130
13 x 100 = 1300
13 x 1000 = 13000.

¿Entre qué valores deberá encontrarse el resultado de 356:13? ¿Cuántas cifras poseerá? ¿Estará más cerca de 10 o de 100? ¿Por qué?.

b.2) De los siguientes números:
2 ; 12 ; 22 ; 32 ; 42 ; 52 ; 62 ; 72 ; 82 ; 92 y en base a lo anterior ¿Cuáles te parecen que pueden ser resultados razonables y por qué?.
Estima uno de ellos como valor cociente. Comprueba si tiene sentido. ¿Cómo lo haces?.

b.3) Si decides que te puedes acercar al resultado probando con otros valores estás utilizando el procedimiento de tanteo. Por ejemplo en este caso, suponiendo que un valor posible sea 32 (podría haber sido 22), se puede comprobar que 32x13 = 416, resultado mayor que 356, luego decido probar con valores menores que 32:

30 x 13 = 390 > 356
28 x 13 = 364 > 356
27 x 13 = 351 < 356
26 x 13 = 338 < 356

Por lo tanto el valor natural más preciso como cociente de 356 : 13 es **27** y la división tendrá un resto igual a 356-13x27 = 5.

¿Te animarías a utilizar un procedimiento similar al expuesto en los siguientes cálculos:

4513:24 563:32 84231:66

Recuerda:
1º) **Determinar el número de cifras** del cociente.

2º) **Estimar** el valor del mismo.

3º) A partir del valor estimado acercarse al valor natural más preciso por **tanteo.**

c) De acuerdo a lo visto en el punto b) podrías caracterizar los procedimientos que haz utilizado en el punto a).

d) Resuelve 356 : 13 con el algoritmo habitual y analiza cada uno de los pasos que efectúas. ¿Utilizas alguno de los procedimientos anteriores?

11) Justifica las siguientes cuentas (así dividen en los países anglosajones):

3	45	
	30	3 x 10
	15	
	15	3 x 5
		15

36	4792	
	3600	100 x 36
	1192	
	1080	30 x 36
	112	
	108	3 x 36
	4	133

	43	
9	387	
	360	40
	27	
	27	3
	0	43

	43	
9	387	
	180	20
	207	
	180	20
	27	3
	27	
	0	43

	43	
9	387	
	90	10
	297	
	90	10
	207	
	90	10
	117	

	43	
	3	
	40	
9	387	
	360	→ 9 x 40
	27	
	27	→ 9 x 3
	0	

90	10
27	
27	3
0	43

12) Usando la calculadora.

a) Calcular el número de cifras de la división que se te propone en base al procedimiento descripto en la alternativa 3. Efectúa la división con tu calculadora y compara con tu resultado. ¿Tu resultado es razonable?. Justifica tus aciertos y tus errores.

b) Cómo puedes dividir un número por otro usando la calculadora, si tienes rota la tecla **« : »** (división). Da por lo menos dos estrategias posibles.

c) Estimar el divisor de forma tal que el cociente obtenido esté comprendido en el intervalo dado. Verifica tu estimación con la calculadora:

850 : …	intervalo: (90;150)	Número de intentos:……………..
1050 :……»………	(200;250	……………..
50 : …… «……	(20;25)	……………..
4360 : … «……	(150;200)	……………..

d) Proponer una serie de divisiones para hacer con la calculadora y solicitar el resto en cada caso.
(en general las calculadoras no dan el resto y si las cifras decimales del cociente).

(Para más actividades relativas al uso inteligente de la calculadora se sugiere consultar el Documento 8 del área Matemática: **«Cálculo con calculadora»**. Autoras: Ma. Fernanda Gallego y Ana Yaksich. Publicación de la Dirección de Desarrollo Educativo del C.P.E.R.N. 1992).

13) Insistiremos en la **estimación numérica** como un eje central del pensamiento lógico aritmético. A través de los ejercicios anteriores se podrá comprobar el valor de la misma para el trabajo en división con números naturales.

¿Qué pasa con ella y la multiplicación de decimales?

a) Dada la multiplicación: 3,24 x 4,7

1. Estima el resultado en base a la parte entera de los numerales utilizando truncamiento o redondeo (por ejemplo: 3x4 aproxima a 12, o 3x5 aproxima a 15).

2. Multiplica los numerales como si fueran naturales (no consideres las comas).

3. Ubica la coma en el resultado de la multiplicación en base al valor estimado (dado que el resultado es cercano a 15 o 12 las cifras enteras del resultado serán dos).

b) Resuelva siguiendo los pasos indicados:

3,56	x	2,3	=	36,2	x	0,9	=
1,17	x	5,7	=	1,11	x	9,9	=
8,31	x	0,4	=	82,3	x	0,59	=

c) ¿Podría extraer una regla que vincule el número de cifras decimales de los factores con el número de cifras decimales del producto o resultado?

d) En base a la regla obtenida, marca con una cruz el resultado correcto:

2,4	x 6,8	=	16,32	1,632	163,2	1632
10,6	x 3,68	=	39000,8	390,08	39,008	3,9008
9	x 2,98	=	2682	268,2	2,682	26,82

Verifica tu elección **estimando** las respuestas.

¿Qué pasa con la estimación y la división de decimales?

a) Tomemos por ejemplo: 2,63 : 0,9

1. Estima el resultado redondeando a las unidades.
2. Resuelve la división dada como si fueran números naturales.
3. Ubica la coma en base al valor estimado.

b) Ubica la coma sin hacer cuenta alguna con lápiz y papel:

69,3	:	3	=	231
811,8	:	22	=	369
20,74	:	3,4	=	61
16,328	:	2,6	=	628

c) Analiza la siguiente regla:

«En un cociente, el número de decimales a la derecha de la coma es la diferencia entre el número de decimales del dividendo y el número de decimales del

divisor»
¿Qué opinas?

Efectúa con calculadora o a mano:

1,32 : 0,9 =

1,0 :3,0 =

¿Cuándo es válida esta regla?
¿Vale la pena darla?

d) ¿Resulta la estimación un procedimiento adecuado para ubicar la coma en los siguientes casos?

0,341 x 0,07 = 1,2 : 0,03 =

0,0072 : 0,0036 = 0,02 x 0,008 =

Atención: en estos casos, la estrategia de estimación no es útil pero sí puede serlo la regla obtenida a través de ella. Tengamos pues, muy en cuenta los ejemplos que presentemos a los niños en el **proceso de gestación de reglas.** Una vez logradas éstas podrán ser aplicadas con generalidad, pudiéndose comprobar su validez por medio de la calculadora.

Observación del día 30/5/89.
6º Grado. Escuela Nº 267

El día anterior los alumnos resolvieron el siguiente problema:
«Tengo 3218 botones y los quiero guardar en sobres de 50 botones. ¿Cuántos sobres necesito?»

Al día siguiente la maestra (Elba) escribe en el pizarrón el problema de los botones y abajo las diferentes estrategias usadas por los chicos y registradas por un observador:

a)
```
 3218
  200 — 4
 ----
 3018
 3000 — 60
 ----
   18
```

b)
```
50 | 50 | 50        30 + 30 = [60]
50 ↓ 50 ↓ 50          ↓    ↓
(sigue así 30 veces)  1500 + 1500 = 3000

              200 - [4]
```

c)
```
3218 | 50
     |----
 218   64
  18
```

d)
```
  3218 | 50
       |----
- 300    64
  ---
  218
- 200
  ---
   18
```

Elba: «Estas son distintas estrategias usadas por distintos chicos para resolver el problema… vamos a discutir las ventajas y las desventajas de cada una…»

Alejandra lee el problema. Buscan datos e incógnitas. Nancy lee la pregunta como si fuera un dato.

Elba somete a discusión… ¿Es un dato?

Daniel: corrige: «Dato es 3218 botones».

Elba: «¿Otro dato?»
Cali: «En sobres de 50 botones». (Elba va subrayando en el pizarrón los datos).
Elba: «¿Quién puede explicar con palabras propias el enunciado del problema?»
(Gonzalo prácticamente repite el enunciado, no hay transformación a «palabras propias»).
Elba (en el frente): «¿Qué diferencia hay entre las estrategias? ¿qué cosas comunes? ¿todas llegaron al mismo resultado?»
Grupo: «No».
Elba: «El resultado es 64». (marca recuadrando 64)
Elba: «Hay distintas formas de llegar al mismo resultado…¿Qué hizo este chico? (señala la estrategia a)
Alguien: «¿Cómo se llama?»
Elba: «Pablo… Pablo se llama». Discuten a).
Cristina: «A 3812 botones le restó 4 veces 50 y le puso al costado 4… le sobraron 3018. A 3000… era 60 veces 50… le restó… le sobraron 18… 4 de arriba y 60 de abajo… son 64».
Omar: «Eso es cuántas veces 50». (4 - 60)
(Discuten b) (Patricia explica su propia estrategia).
Patricia: «Se sumó 50 + 50… así quería llegar a tener el resultado, sumando 50 + 50 = 100 + 50 + 50… así hasta 3218 que tenía que llegar».
Nancy: «Sumó 30 veces 50».
Elba: «Patricia dijo (repite justificación) así hasta llegar a 3218… ¿Por qué habrá cortado en 30?»
Nancy: «Porque iba a ser muy larga la cuenta».
Elba: «¿Qué era cada uno de esos 50?
Gonzalo: «Lo que entraba en cada sobre».
Elba: «¿Cuántas veces hay que repetir 50?»
Pablo: «¡64!»
Claudio: «Por eso multiplicó por 2, por 30 le da 60… faltaban botones, agregó 4 sobres más y le dio».
Elba: «¿Y los 18 estos?» (señala).
Pablo: «Quedan desiguales».
Daniel: «Yo también hice así y se me hacía mucho lío, y miré bien la cuenta y me dije ésta es de dividir… y después me había dado 640 y vino la Señorita y me dijo si era 640 el sobre estaría así (señal de grande), por eso me di cuenta».
Con Elba en el frente van analizando, va preguntando en cada cantidad a qué corresponde.

30 + 30 $\xrightarrow{\text{¿Qué son?}}$ • veces que se sumó
• sobres
↓ ↓
1500 1500 $\xrightarrow{?}$ • botones

Discuten c). Explican que se resolvió con una cuenta de dividir.
Claudio: «Se podría hacer una de multiplicar».
Daniel P: «64 x 50».
Calí: «No se puede porque no teníamos el resultado».
Claudio: «Yo digo una cuenta de multiplicar para hacer el problema».
Elba: «Claudio está diciendo que él propone usar un cuenta de multiplicar para resolver el problema».
Claudio muestra y Elba copia en el pizarrón:

$$\begin{array}{r} 50 \\ \times\ 35 \\ \hline 250 \\ 150 \\ \hline 1750 \\ \times\ 2 \\ \hline 3500 \\ 300 \\ \hline 3200 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -\ 70 \\ 6 \\ \hline 64 \end{array}$$

Elba: «Claudio respondió 64 sobres, 18 me sobraron… pero ¿de dónde sacó los resultados, dónde están acá los 64 sobres?» (Claudio callado, el resto aporta).
María: «En 35 x 2 que son 70; en los 35 x 2 y al poner menos 300».
Nancy: «Restó por 6».
Elba: «¿Dónde están los seis?».
Pablo: «De 35 x 2».
María: «En 300 porque 50 x 6 es 300».
Nancy: «En 6, en 70 - 6 = 64».
Claudio: «Yo antes no me acordaba cómo lo había pensado, ahora que usted lo puso en el pizarrón me acordé» (repite todo el proceso de pensamiento como para validarlo, está contento).
Elba: «¿Qué diferencia hay entre esta cuenta y ésta?» (c y d).
Mónica: «Son iguales, es sólo otra forma de hacerla. Son iguales en que son de dividir y en el resultado, son diferentes en que son diferentes maneras de resolverlo».
Daniel: (justifica d) «6 x 50… 300, lo puso».
José: «Acá hizo resta, allá no hizo nada».
Alejandra: «Son iguales, es otra forma de hacerla».
Elba: «¿Por qué (señala d) hace esta resta?»
María: «Por qué sino no le daba, sacó los 300».
Elba: «¿A qué le sacó?»
María: «A 321»

Silvia (observadora): «Ustedes dijeron que en c) no hay resta ¿están todos de acuerdo con eso?»
Claudio: «Es en la memoria que uno hace la resta».
Elba: «Claro, en este caso (señala c) es mental».
Alejandra: «Es invisible la resta».
Gonzalo: «Pero en realidad sumo».
Elba: «¿Cómo es eso?»
Alguien y varios: «Claro, porque 321… 6 x 50 = 300, más 21… 321».
Elba: «Pero ustedes dijeron que era una resta, no una suma».
Mónica: «Lo que pasa es que es resta si yo digo que a 321 le saco 21 para que sean 300».
Elba: «Ahora quiero que piensen esto: éstas son distintas formas de resolver… ¿Están todas bien?»
Grupo: «Sí».
Elba: «Nos llevan al mismo resultado, claro…».

Bibliografía

SCHEUER, N.: La construction du systeme de notation numerique chez l'enfant. Tesis dirigida por A. Sinclair y A. Munari. Ginebra. 1996.

LERNER DE ZUNINO D.: La matemática en la escuela. AIQUE. 1992.

SCHEUER, N.; BRESSAN, A.; BOTTAZZI, C.; CANELO T.: Este es más grande porque… o Cómo los chicos comparan numerales. Revista Argentina de Educación. Año XIV. No 24. Argentina. 1996.

GIL PÉREZ, D. Y GUZMÁN OZAMÍS, M.: Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e Innovaciones. MEC. España. 1994.

GIMENEZ, J. Y GIRONDO, L.: Cálculo en la escuela. Ed. GRAO. 1993.

BRESSAN, A.; CHEMELLO, G. Y OTROS: Los CBC y la enseñanza de la Matemática. A-Z editora. 1997.

BRESSAN A. Y BOGISIC B.: El cálculo aproximado: aplicaciones a la operatoria con naturales y decimales. Documento nº 17. DIFOCAPEA. Área Matemática. R. Negro

MAY, L. J.: Teaching Mathematics in the Elementary School. 2da Ed. Macmillan Press. N. York. 1974.

RESNICK L., FORD W.: La enseñanza de la matemática y sus fundamentos psicológicos. Paidós. 1990.

KENNEDY L.: Guiding children to mathematical discovery. Wadsworth Publishing Company. California. 1975.

N.C.T.M.: Calculators in Mathematics Education. 1992 Yearbook. Virginia. USA.

ALSINA, C. y OTROS: Enseñar Matemáticas. GRAO. 1996.

DICKSON, L.; BROWN, M. Y GiBSON, O.: El aprendizaje de las matemáticas. Labor. 1991.