EDUCACION
PROVINCIA DE BUENOS AIRES
DIRECCION GENERAL DE CULTURA Y EDUCACION

La enseñanza de la medida en la Educación General Básica

Obra colectiva de los docentes

de la Red de escuelas de Campana

Soñar Campana

PLAN DE DESARROLLO ESTRATEGICO DE CAMPANA

IBE

Bureau Internacional de Educación UNESCO

Módulo 1

Serie
Aportes al Proyecto Curricular Institucional

Agosto 2001

Indice

Este modulo es una obra de escritura colectiva producida con los aportes de las siguientes docentes

María Adamo Ana Aguiar Rosario Alfaro

Marta Balerdi Elsa Liliana Bargas María Rosa Beltrán

Claudia Botto Nélida Cabral Irma Campana

Inés Capellano Marcela Del Teso María Victoria Doig

María Cecilia Echeveste Nelda García Rosa Gaviglio

Laura Herrera Claudia Mulieri Claudia Peirone

Silvia Petta Noemí Pianetti Liliana Reale

Marcela E.Rezzano Marta Rodríguez Ana Scarones

N. Viviana.Trivi Gladys Vallejos

Vázquez, Adriana

Coordinadora de Educación del Plan de Desarrollo Estratégico de la Ciudad de Campana
Lidia Alvarez

Coordinadora del Proyecto Red de Escuelas de Campana
Oficina Internacional de Educación/Buenos Aires
Laura Fumagalli

Profesoras a cargo de la producción colectiva del módulo
Ana María Bressan
Felisa Yaksich

Presentación

Este módulo es una obra colectiva producida entre docentes y capacitadores, en el contexto de una acción de capacitación semipresencial que hemos llevado a cabo entre Marzo y Julio de 2001, en la RED de Escuelas de la Ciudad de Campana.

Las instituciones integrantes del Proyecto de la Red de Escuelas de Campana, nos proponemos instalar procesos de trabajo interactivos para abordar de modo conjunto problemas educativos comunes y promover mejoras en la calidad de la enseñanza y en la calidad de los aprendizajes.

A través del trabajo en red deseamos:

- Instalar procesos de trabajo cooperativos y solidarios que contribuyan a aprender a vivir juntos
- Fortalecer la alianza entre la escuela y la comunidad
- Fortalecer la interacción entre docentes y entre escuelas para recuperar y divulgar buenas prácticas de la enseñanza, para lograr mejoras en los aprendizajes de los alumnos y en la convivencia escolar.
- Promover el uso de nuevas tecnologías de la comunicación y la información

En el marco del trabajo en red hemos desarrollado acciones de capacitación a través de las cuales deseamos contribuir al desarrollo curricular innovador y al mejoramiento de los procesos de enseñanza.

En este sentido, el rasgo distintivo de este proyecto es que la instancia de capacitación *consiste básicamente en un proceso de producción colectiva de propuestas de enseñanza* que aporten al diseño de proyectos curriculares institucionales.

Por tanto los docentes han sido convocados a participar como actores del desarrollo curricular. En tanto que los capacitadores han sido convocados a participar como “catalizadores”, como promotores y orientadores de las producciones docentes.

En este módulo, de producción colectiva, se ha intentado recuperar las buenas prácticas de enseñanza de los docentes, mejorar las que era necesario mejorar y aportar nuevas perspectivas. La selección del tema MEDIDA estuvo fundamentada en la necesidad manifestada por los docentes, los directivos y las Inspectoras de Campana de revisar y organizar la secuencia didáctica para su enseñanza en los distintos ciclos de la Educación General Básica

El esfuerzo conjunto de los docentes y las capacitadoras, nos permite aportar hoy un material que, atendiendo a esa necesidad brinde a los docentes de la Educación General Básica la oportunidad de reflexionar sobre su práctica actual acerca de la enseñanza de la Medida a la vez que conocer e incorporar nuevos aportes que hacen a su didáctica.

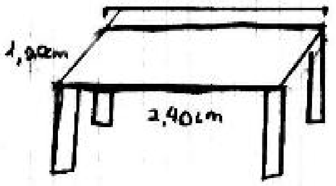
Atendiendo a aspectos teóricos y prácticos el Módulo ha sido organizado en cuatro puntos. En el primero se presentan unas breves consideraciones sobre la Medida desde el punto de vista disciplinar, en el segundo se describe qué se espera que aprendan los alumnos de la EGB sobre este tema y en cada ciclo, en el tercero se presentan algunas sugerencias para la enseñanza de la Medida y en el cuarto punto se aporta un conjunto de problemas para distintas magnitudes y bajo distintas formas, que pueden trabajarse con los alumnos en cada ciclo.

Esperamos que este material pueda ser un aporte para otros docentes de la Red de escuelas ya que es un material hecho por docentes para otros docentes.

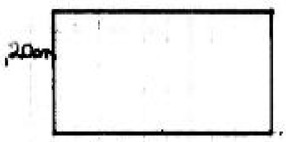
Juan
José
Piaggo
7°B
S.T.de.A.

Inés mide 40

Juan mide 16



a)



Inés 40 barillas ← barillas son las más chicas medidas

Juan 16 cintas

b)
40 varillas ~~~~~ 240 cm

1 varillas ~~~~~ x

x = 240 : 40 = 6 cm

16 cintas ~~~~~ 240 cm

1 cinta ~~~~~ x

x = 240 : 16 = 15 cm

c) Caven 2 varillas y media en una cinta porque si se divide 15 cm (cintas) por 6 cm (varilla) da 2,5

I. La medida: breves consideraciones desde el punto de vista disciplinar

Con formato

Con formato

Eliminado: LA IMPORTANCIA DE LA MEDIDA¶

La medida, de uso corriente en la vida cotidiana, es el puente entre la aritmética y el mundo físico. Permite explorar el espacio físico y describirlo por medio de las magnitudes longitud, área, volumen y abertura de ángulo, a la vez que interpretar otros fenómenos menos perceptivos como el peso, el dinero y el tiempo (Dickson, 1991)

El aprendizaje de la medida contribuye también a la formación de conceptos propiamente matemáticos, tanto numéricos como geométricos y estadísticos.

Desde un punto de vista físico, todo atributo cuantificable se denomina magnitud.

Desde el punto de vista matemático una magnitud es un conjunto de cantidades que reúnen determinadas propiedades como ser sumables (la medida de la suma de dos cantidades es la suma de sus medidas respectivas) y por ende multiplicables por un número real. Estas magnitudes reciben el nombre de **extensivas**.

Aunque en la práctica, lo habitual es definir la suma en una magnitud a través de la suma de medidas, también es posible definir la suma sin recurrir al campo numérico como intermediario, utilizando procedimientos e instrumentos propios de la medida. Por ejemplo la suma de dos masas a y b es otra masa que colocada en un platillo de la balanza equilibra a las masas a y b colocadas en el otro platillo.

No todas las magnitudes cumplen con esta propiedad, por ejemplo la temperatura, la dureza de minerales, la resistencia eléctrica y la densidad son ejemplos de magnitudes no extensivas, y en ellas carece de sentido definir la suma:

- Si mezclamos en una bañera 20 litros de agua a 40 ºC y 10 litros de agua a 10ºC, obtenemos 30 litros de agua que no están a 50 ºC.
- Si en un recipiente mezclamos 2 litros de un líquido con una densidad de 2 g/cm^3, 4 litros de otro líquido con una densidad de 3 g/cm^3, obtenemos 6 litros de un líquido que no tiene una densidad de 5 g/cm^3.(Chamorro, 1994)

ENCONTRANDO PROPIEDADES

Objetivo: Enumerar y distinguir propiedades de un objeto.

a) Escoger un objeto de interés para el grupo-clase (por ejemplo: un coche, un artista, una casa)
b) Se hacen grupos de tres alumnos. Cada grupo tendrá a su disposición un diccionario.
c) Cada grupo debe hacer una lista de 10 propiedades del objeto. Deberán buscar en el diccionario el significado de cada una de ellas y anotarlo en una tabla.
d) Indicar en la tabla si la propiedad puede representarse con un número. En caso afirmativo deberá indicarse, si se conoce, el número correspondiente

Puesta en común:
Escoger tres propiedades de todas las que aparezcan y utilizarlas para efectuar clasificaciones de diferentes objetos que posean estas propiedades. (Gete Alonso, Del Barrio,1989)

Aquellas magnitudes en las que no es posible definir con sentido la suma, reciben el nombre de *magnitudes intensivas o no medibles*. Este tipo de magnitudes no serán abordadas en este módulo

Las magnitudes extensivas pueden ser de dos tipos: **discretas y continuas.** Las primeras pueden cuantificarse en base a números naturales, por ejemplo, la numerosidad de una colección de estampillas, la cantidad de asistentes a una reunión o el dinero ingresado a la caja en el día, mientras que las segundas, las **continuas**, requieren de los números reales positivos (racionales e irracionales). En éstas últimas se distinguen:

- las que corresponden a propiedades físicas de los objetos o acontecimientos: tiempo, peso, capacidad, extensión o superficie, etc. Dentro de éstas algunas admiten representaciones geométricas. Ellas son la longitud, la amplitud, la superficie y el volumen;
- las que expresan una relación entre magnitudes básicas (conocidas como magnitudes derivadas), por ejemplo, la velocidad, la aceleración, el peso específico, la densidad, etc.

Desde el punto de vista físico, medir, es ver cuántas veces entra una unidad en una cantidad determinada. Desde el punto de vista matemático, consiste en atribuir un número real a una cantidad.

Se denominará medida al número de veces que una cantidad cualquiera contiene a la unidad o cantidad de referencia que se toma para hacer la valoración del resto de las cantidades de su especie.

Una magnitud se dice que es extensa si, al combinar o juntar dos objetos que tienen esa propiedad, el valor de la magnitud en el nuevo objeto es la suma de los valores de las magnitudes en los objetos separados. Así por ejemplo, la longitud es una magnitud extensa ya que, si juntamos adecuadamente dos objetos, la longitud de la unión es la suma de las longitudes de cada uno por separado.

Indica cuáles de las siguientes magnitudes son extensas:
a) Volumen;;
b) Masa;
c) Longitud;
d) Superficie;
e) Capacidad; l
f) Tiempo;
g) Temperatura
h) Abertura;
i) Precio;
j) Color
k) Coeficiente intelectua
l) Presión
(Gete Alonso, Del Barrio,1989)

La medición es un proceso que implica operaciones de orden psicológico, siendo las más relevantes las de conservación de la cantidad y la transitividad entre cantidades.

La primera atiende a la invariancia de la cantidad a medir.

> Por ejemplo, si tenemos un trozo de hilo, su longitud será la misma tanto que se lo arrolle como se lo estire; el tiempo transcurrirá de igual forma aunque estemos en el cine o en la clase; la distribución de una masa en diferentes bandejas no alterará su peso total, etc.

La segunda operación, la transitividad, es la que permite comparar cantidades y ordenarlas. Utilizando la misma se podrá afirmar,

> Por ejemplo, que si un elemento **m** es más largo que un elemento **n**, y **n** es más largo que **r**, entonces **m** es más largo que **r**. Aplicando la operación de transitividad se podrá establecer una jerarquía de alturas entre los alumnos de la clase, ordenar los mapas según su escala, comparar una sucesión de varillas, recipientes, etc.

Si bien para Piaget, la conservación de la cantidad y la transitividad son condiciones primeras para que el alumno adquiera el concepto y los procedimientos de la medida, hoy se reconoce que un buen trabajo en la medición puede contribuir al desarrollo de estas operaciones, más que depender de ellas

Sin embargo en dicho trabajo, hay que tener en cuenta que la conservación de la cantidad no se construye y desarrolla al mismo tiempo en todas las magnitudes, aunque suponga las mismas estructuras lógicas (reversibilidad, transitividad).

Variadas investigaciones (Chamorro 1994, 1997; Dickson et al, 1991; Lovell, 1982) demuestran que la conservación de la longitud y el área parecen preceder a las de masa, peso y volumen. Por lo tanto, no porque el alumno sepa estimar longitudes y medirlas con precisión, será capaz de transferir estas habilidades a la medición de otras magnitudes. De allí resulta imprescindible que todas las magnitudes se trabajen con tiempo y siguiendo los pasos necesarios ya que cada una presenta obstáculos específicos.

Hay que tener en cuenta, además, que en el proceso de construcción de la conservación de las cantidades los niños suelen confundir atributos de los objetos tales como la forma, el material, el tamaño, el espacio ocupado, etc. con atributos medibles que no tienen que ver con ellos.

Así, no todo objeto de gran tamaño es necesariamente más pesado que otro de menor volumen; un camino sinuoso puede ser igualmente largo que uno recto; la capacidad de un objeto no queda determinada por el espacio ocupado por el mismo; objetos exteriormente idénticos pueden ser de peso o capacidad desigual; etc.

Descubrir estos aspectos lleva mucho esfuerzo al niño por tanto es necesario ayudarlos a poder desvincular la cantidad a medir de otros datos perceptuales que los confunden, como por ejemplo.

- la longitud de la configuración espacial de las líneas,

- la capacidad del tamaño y de la forma del objeto,

- la masa del tamaño,

- la amplitud del ángulo de la "longitud" de sus lados.

En relación con la conservación de la cantidad y la transitividad, cabe señalar además que el proceso de medición supone también la comprensión de que:

- Un todo se compone de partes agregradas y por lo tanto es posible subdivirlo.

- Se mide transportando la unidad elegida a otras partes de la totalidad (principio de sustitución e iteración).

- dos líneas cuyos extremos están alineados son necesariamente de igual longitud (aunque una sea recta y otra ondulada, o ambas sean de inclinación desigual).
- dos líneas de igual longitud, pero desplazada una de otra son desiguales, siendo mayor la que posee el extremo "más lejos" o "más alto".
- es imposible medir líneas curvas porque no se puede usar la regla.
- para medir líneas curvas se mide la distancia entre sus extremos.
- si se usan unidades más grandes la medida será más grande.
- cuerpos de formas y tamaños iguales poseen la misma capacidad (basándose en la percepción visual).
- cuerpos de igual forma pesan lo mismo (con independencia de su material)
- si una cantidad de sustancia cambia de forma o posición cambia dicha cantidad, por lo tanto cambia su peso y volumen.
- al pesar 2 objetos en una balanza pesa más el que queda más alto.
- la partición de una cantidad de sustancia en porciones altera su peso y volumen total.
- figuras de igual perímetro deben poseer la misma área.
- cuerpos de igual superficie deben poseer el mismo volumen.
- figuras (cuerpos) de distintas formas poseen áreas (volúmenes) distintos (aunque estén compuestas por las mismas piezas)
- es más grande porque es más largo (comparando superficies), … es más grande porque es más alto (comparando volúmenes) (centración en una única dimensión).
- si llega primero necesariamente tardó menos (con independencia del punto de partida).
- si recorre el mismo espacio utiliza el mismo tiempo (con independencia de la velocidad).
- si corre y llega al mismo tiempo que otro que camina, tarda más (con independencia de haber salido del mismo lugar y al mismo tiempo).

Algunas concepciones de alumnos de Campana (2001)

"Marcela es más baja porque tiene menos años"(3er año EGB)(Esto no es necesariamente cierto)·

"La seño es adulta, tiene más años entonces es más alta."(2do.año EGB)

"Cuando dibujan la fila a los más altos algunos los dibujan más arriba. Se observan entre ellos y se corrigen aclarando que "tienen todos el mismo piso"…"el piso tiene que estar derechito"…(Informe del docente. 3er año EGB)(Necesidad de tener en cuenta los extremos para comparar longitudes)

"Es más barato porque si hubiera comprado el de 80 centavos <u>no le alcanzaría</u>" (7º año EGB. Solución al problema 43)(Incorpora un dato de su experiencia que no hace al problema)

"Si tiene un envase más goma de pegar que otro está bien que sea más caro"(Informe del docente. 8ºaño EGB. Solución al problema 43)(Esto no es necesariamente cierto, en particular en el problema trabajado no lo es)

Frente a un problema donde los alumnos deben poner en contexto darle cantidades (200ml y $18) traen ejemplos tan "irreales" como los siguientes:

- *botellas de leche de 200 ml.*
- *helados de 200 ml.*
- *combustibles de $ 18 el litro.*
- *litro de agua a $ 18.*
- *litro de leche a $ 18. (8vo año·EGB)*

Frente al problema: ¿Qué longitud debe tener un péndulo cuyo período sea igual a un segundo? Muchos alumnos responden concluyen erróneamente igualando la velocidad al período:

"A menor longitud mayor es la velocidad (período)".

¿Por qué se habla de error en las mediciones?

La medición de magnitudes físicas en general conlleva errores. Los errores en la medición tienen varios motivos:

- *instrumentales,* ya que los instrumentos de medición poseen diferencias de calibración (dobleces, irregularidades, etc.);
- *por razones externas*, tales como ruidos, vibraciones, movimientos, variaciones de temperatura, etc.;
- *por falta de delimitación de la cantidad a medir*, por ejemplo, al medir la superficie de una mesa rectangular, sus bordes resultan irregulares (al menos vistos con gran aumento) y ni siquiera son totalmente paralelos;
- *personales,* por las diferencias individuales de cada sujeto (agudeza visual, meticulosidad, posturas, etc.)

Podrían considerarse otras causales de error, pero para el nivel que nos ocupa bastará que los niños comiencen a observar las anteriores.

Preguntas como:
¿Por qué puede salir mal una receta? (Se puede presentar una receta en que figuren por ejemplo equivalencias entre tazas y gramos, las palabras "pizca", "a su gusto", "horno regular", etc) o ¿Por qué no peso lo mismo en todas las balanzas?, podrán conducir a los niños al análisis de los aspectos citados

En caso de colecciones (magnitudes discretas), por más numerosas que sean siempre es posible por lo menos desde un punto de vista teórico, determinar su cardinal como valor verdadero. No obstante, por una razón práctica muchas veces resulta conveniente realizar una estimación. Por ejemplo, calcular el valor exacto de las moléculas de agua que hay en un vaso de agua no posee interés alguno aunque se logre hacerlo.

En el caso de magnitudes físicas continuas, el valor "verdadero" es imposible de determinar. Lo que se hace es utilizar criterios estadísticos para determinar el valor más probable, considerándoselo como el valor de referencia (convencionalmente lo llamaremos "verdadero", entre comillas).

Desde el punto de vista físico la medida estará expresada por un número decimal con más o menos cifras después de la coma, según la precisión deseada y posible. En los casos más favorables, el número decimal es seguido de una incertidumbre, expresada con un número decimal,

> Por ejemplo: 32,4cm $\pm$ 0.1cm, de ello se desprende que la medida se encuentra entre los valores 32,3cm y 32,5cm.

El máximo error posible es la mitad de la unidad más pequeña indicada en el instrumento con que medimos.

> Por ejemplo: si medimos con una regla en cm, el error admisible no podrá ser mayor de medio cm, si en cambio medimos con una regla milimetrada, el error no deberá superar 0.5mm. Si medimos con un transportador en grados el error máximo aceptable será de $\pm 0.5^{\circ}$ o lo que es igual $\pm 30'$.

Por "error" o "error absoluto" se entiende la diferencia que un valor aproximado tiene respecto del valor "verdadero" (sea real o estadístico). Cuanto más pequeña sea esta diferencia, mejor será la aproximación realizada y la medición será más precisa. El desarrollo tecnológico colabora a disminuir el error de medición al aumentar la precisión de los instrumentos de medida.

El "error relativo" designa la razón entre el error absoluto y el valor "verdadero". Si multiplicamos por 100 esta razón tendremos un porcentaje (error porcentual), lo que facilitará la comparación de errores. Por ejemplo, supongamos que al medir el largo de una hoja de formato A4 (largo normatizado = 297 mm) lo hacemos con un error absoluto de 0,3 cm, el error relativo resultante será de 3mm/297mm $\cong$ 0.01 lo que implica aproximadamente un 1% de error en la medición realizada. (En general, como se desconoce el valor verdadero, para obtener el valor relativo se hace el cociente entre el error y el valor medido en la observación realizada).

Supongamos que me dan una cierta medida con un porcentaje de error dado ¿podré decir que el error es importante o despreciable?. En general poco podremos decir al respecto ya que a veces desconocemos qué es lo que se está midiendo y otras veces con qué precisión interesa hacerlo. Por ejemplo, en física nuclear existen mediciones con errores del 100%, pero que igualmente son útiles a los fines prácticos ya que por el momento es imposible realizar otra medición más precisa con los medios que se cuentan. Por otro lado en astronomía, para ciertos fenómenos, un error relativo de una parte en 10 millones sería un error grosero. Por lo tanto el sólo enunciado del error de una observación no es suficiente para caracterizar la aproximación o precisión de la misma.

Demos otros ejemplos:

a) Sea 1m la medida de una distancia obtenida con una regla graduada que produce un error de 2mm. El error por unidad de escala será 2/1000= 0.002. Si en cambio, medimos el diámetro de un alambre de 1mm de diámetro con un tornillo micrométrico que nos da un error de 0.01mm, el error por unidad de escala es 0.01. Sin embargo, en el primer caso tenemos un error por unidad de escala cinco veces menor que en el segundo.

b) Sean las cantidades 1.00m y 0.10m. Las cifras decimales en ambos casos nos están indicando que se mide en cm y por lo tanto el error máximo tolerable para ambas es de 5mm = 0.005m. Las dos poseen el mismo error absoluto, pero no es lo mismo cometer un error de 5mm en un metro que en 10cm. El error relativo da cuenta de ello: en el primer caso tenemos 0.005m : 1.00m= 0.005= 0.5% y en el segundo, 0.005m : 0.10m = 0.05 = 5%, lo que confirma que la segunda medida es mucho más grosera que la primera.

Dentro de la teoría rigurosa de errores se puede demostrar que en el caso de sumar o restar cantidades aproximadas, siempre debemos sumar sus errores absolutos respectivos y luego calcular el error relativo del total. Por ejemplo, si hemos medido la longitud del mástil con un error de 20 cm y la del pie con un error de 5cm. El error total será (aproximadamente) de 25 cm y el relativo lo obtendremos de dividir 25 cm por la longitud del mástil más la del pie.

En el caso de la multiplicación y división de cantidades aproximadas en vez de trabajar con los errores absolutos, se trabaja con el error relativo del producto (o división) que es la suma de los errores relativos de las cantidades intervinientes (la demostración consta al final del documento).

Supongamos que deseamos calcular el área de un rectángulo de lados a y b. ¿Cómo calcular el error de esta medición, siendo el valor de a = 0.300dm y su error 0.003dm y el de b = 0.450dm y su error 0,005dm?. Siendo el área:

a x b = (0.300dm ± 0.003dm) . (0.450dm ± 0.005dm) =
= (0.300dm x 0.450dm) ± (0.300dm x 0.005dm) ±
± (0.450dm x 0.003dm) ± (0.003 dm x 0.005dm) .

El primer término es el valor del ÁREA:
ÁREA = (0.300dm x 0.450dm)

Los dos términos siguientes son el error absoluto del área, que llamaremos ε(área):
ε(área) = ±(0.300dm x 0.005dm) ± (0.450dm x 0.003dm)

El error relativo del área es:
ε(area) / ÁREA = ± (0.300dm x 0.005dm) / (0.300dm x 0.450dm) ±

± (0.450dm x 0.003dm) / (0.300dm x 0.450dm) =
= ± (0.005dm / 0.450dm) ± (0.003dm / 0.300dm) =
= ± error relativo del lado "b" ± error relativo del lado "a"

*que verifica **que el error relativo del ÁREA es la suma de los errores relativos de cada lado.***

El cuarto término ± (0.003 dm x 0.005dm) es mucho menor y por lo tanto podemos despreciarlo.

La estimación de medidas

La estimación es una estrategia de pensamiento con la cual resolvemos innumerables problemas de la vida cotidiana en los que las respuestas exactas o son imposibles o son innecesarias. Saber la cantidad exacta de espectadores en un partido de fútbol de la Copa Libertadores puede ser de interés para los organizadores, pero no para los medios de comunicación, quienes con una mirada, teniendo cierto aprecio del lugar que ocupan 100 personas, suelen dar un valor estimado de la concurrencia.

Así también aquellos que poseen dominio de un oficio reconocen con rapidez las cantidades que manejan a diario. Nos sorprende cómo el carnicero corta el kilo de carne con suma precisión, o el tendero nos orienta rápidamente y con sólo mirarnos sobre la cantidad de tela para nuestro vestido. Sin duda sus prácticas han contribuido a desarrollar la habilidad de estimar.

La estimación de medidas es un proceso mental que se basa en el conocimiento internalizado de referentes y unidades de medida convencionales. Sirve tanto para anticipar con rapidez el valor de una determinada cantidad, continua o discontinua, como para juzgar el resultado de una medición efectivamente realizada o calculada.

La comparación es la operación básica de la estimación de medidas. Esta comparación se hace asociando la cantidad a estimar directamente con alguna unidad o referente (presente o no).

Como la estimación es un proceso mental, se necesita tener internalizada la unidad de medida o el referente. Esto tornará la estimación operativa en tanto el sujeto será capaz de reconocer e identificar cantidades cuya medida sea aproximadamente la de cada una de estas unidades o referentes. Los referentes son objetos usuales (tazas, baldosas, goteros, cuadras, etc.) o partes de nuestro cuerpo (dedos, brazos, palmas, pies, etc.) con los cuales es posible establecer una correspondencia con las unidades convencionales (metro, ¼ kilo, 25 cm, etc.).

Por ejemplo:

- un azulejo tiene aproximadamente 15 cm de lado.
- una cuadra equivale a 100 m.
- una taza de desayuno al ras de harina contiene aproximadamente 150g.
- una cuchara sopera al ras de azúcar equivale a15g.
- una taza de desayuno llena de agua se aproxima a un cuarto litro.
- un pie equivale aproximadamente a 30cm. (El pie como unidad convencional mide 0.3048m).
- cinco naranjas pesan cerca de un kilogramo.
- un palmo (mano extendida de pulgar a meñique) redondea los 20 cm.
- una puerta mide alrededor de dos metros de altura. Etc.

Los alumnos requieren de frecuentes experiencias con una variedad de unidades de medida. En la vida cotidiana resulta sumamente práctico el poder relacionar objetos familiares con unidades establecidas para utilizarlos como referentes. Por ejemplo: kilos con tazas; litros con vasos; mililitros con cucharitas; metros cuadrados con cuadernos; longitudes con lados de baldosas o palmos, etc. Propongámos a nuestros alumnos hacer una vitrina con sus hallazgos poniendo en exhibición los objetos o sus nombres con sus equivalencias.

Por ejemplo:

- *1 kilogramo de harina ≅ 5 tazas de desayuno llenas al ras.*
- *altura del techo de una habitación ≅ al alto de dos personas ≅ 2x1.70m*
- *una cuchara sopera llena de azúcar≅ 20g.*
- *Una baldosa del aula ≅ 400 cm*^{2}*. Etc.* (Bressan, 1997)

Estrategias para medir

Las estrategias generalmente utilizadas para medir son:

a) *La comparación directa*:
Implica conocer si a > b ó a < b ó a = b, comparándolas en base a la percepción visual directa o bien por superposición de las cantidades a comparar. (por ejemplo, el alumno “vé” que un área es menor que otra porque queda incluida en ésta o “vé” que partiendo una superficie puede encajar las partes en otra, etc.)

b) *La comparación indirecta*

Implica utilizar instrumentos (al principio el mismo cuerpo o partes de él) o la estimación. Se distinguen dos procedimientos:

1. El sujeto utiliza un elemento b como intermediario de manera que con él compara la cantidad a medir como totalidad, sin partirla.

   Por ejemplo, utiliza un hilo extendido de igual o mayor longitud que el ancho del pizarrón para ver si pasa por el ancho de la puerta. El cuerpo y sus partes suelen ser buenos intermediarios en nuestras mediciones en la vida cotidiana

2. El sujeto utiliza unidades arbitrarias o convencionales pensando el objeto a medir como descomponible en partes iguales. El proceso seguido al inicio en forma habitual por los niños consiste en cubrir completamente con unidades la cantidad a medir en el caso que sea posible (por ejemplo, en la medición de longitudes, áreas, capacidades y volúmenes cubre todo con palillos, lentejas o bloques) para luego pasar a transportar esa unidad, iterándola. En ambos casos obtiene un número que es la medida.

c) *El uso de fórmulas*

En otras ocasiones las medidas de ciertas magnitudes físicas se obtienen también de manera indirecta, por cálculo *a través de fórmulas* que implican el conocimiento de otras medidas.

Por ejemplo, para medir el perímetro de un polígono regular basta medir un lado y multiplicarlo por el número de lados, o bien, para medir el área de un rectángulo basta multiplicar las medidas de su largo y ancho, o en el caso de la velocidad se han de conocer el espacio y el tiempo, etc.

2. ¿Qué se esperamos que aprendan los alumnos de la medición en la EGB?

Al finalizar la EGB se esperamos que nuestros alumnos para cada magnitud de las estudiadas:

- Comprendan qué es medir
  Esta comprensión supone la construcción de los siguientes conceptos matemáticos:
  - existen diversos atributos (magnitudes) de objetos y acontecimientos que pueden ser cuantificados.
  - medir es comparar cantidades de una misma magnitud
  - para medir es necesario disponer de una unidad constante.
  - es posible usar distintas unidades (convencionales y no convencionales) para medir.
  - a mayor unidad para una misma cantidad corresponde menor medida.

- Realicen diversas mediciones
  El proceso de medir supone que el alumno:
  - usen unidades e instrumentos de medición apropiados.
  - lean y elaboren escalas
  - estimen la medida de cantidades
  - juzguen la razonabilidad de los resultados de la medición

- Operen con cantidades
  Esto supone la construcción de los siguientes conceptos matemáticos
  - la medición es precisa, pero por lo general no exacta. Existe un error "tolerable" para cada medición.
  - la medición exige la existencia de números reales (racionales e irracionales)
  - la medición supone una aritmética ordinaria para los números y un álgebra dimensional para las magnitudes.
  - construya y utilice fórmulas

¿Qué enseñar en cada ciclo de la EGB?

Los objetivos anteriores se aplicarán a los contenidos de cada magnitud como se detalla a continuación según los ciclos:

Primer ciclo:

Los alumnos de primer ciclo trabajarán en situaciones experimentales las magnitudes longitud, masa, capacidad e intervalos de tiempo con unidades no convencionales (en longitud, por ejemplo, pies, manos, varillas,…; en capacidad: jarras, tazas, cucharas,…; en peso: clavos, tuercas, bolsas de arena, en tiempo: velas, palmadas, etc.).

Reconocerán las unidades convencionales de uso más común: metro, cm, litro, kilogramo, pesos y monedas, minutos, hora, día y año, y sus mitades y cuartos. Aprenderán a leer con propiedad los instrumentos: regla, reloj, balanza y vaso graduado.

En ángulos, trabajarán con giros: vuelta, media vuelta y cuarto de vuelta e identificarán este último como ángulo recto, sabiendo realizar comparaciones en base al mismo (mayores, iguales, menores que un recto).

Resolverán problemas comparando, sumando y restando cantidades sencillas expresadas con números naturales o en fracciones de uso corriente.

Segundo ciclo

En el ciclo 2 se profundizará la estimación y la experimentación sobre las magnitudes citadas para el primer ciclo, ampliándose al conocimiento de unidades del SIMELA de uso habitual.

Se incorporará la comparación, equivalencia y ordenamiento de superficies calculando sus áreas en forma estimada y con unidades arbitrarias (lentejas, cuadraditos de distinto tamaño, papel punteado, etc.) llegándose al centímetro, metro cuadrado, hectómetro cuadrado (cuadra) y kilómetro cuadrado como unidades convencionales.

A través de la resolución de situaciones se enfatizará la discriminación entre perímetro y área.

Se iniciará el tratamiento de la medición de ángulos en base a unidades no convencionales (conectándose con lo visto en el primer ciclo) e introduciéndose como unidad el grado.

Se rigorizará el uso de instrumentos incorporándose el transportador para la medición de ángulos y apoyo a la comprensión del sistema sexagesimal que se verá ejemplificado también, a través de relación segundos, minutos y horas.

Se podrá trabajar con la comparación, equivalencia y ordenamiento de volúmenes de cuerpos mediante el uso de unidades no convencionales, por cubicación o llenado de cuerpos (noción de volumen interior o capacidad) o a través del cálculo del agua desplazada (noción de volumen complementario o desplazado)

Los alumnos apreciarán el concepto de error y precisión desde el punto de vista de la medida y resolverán problemas operando con decimales y fracciones, recurriendo a equivalencias entre unidades.

Se introducirá al alumno en la construcción de fórmulas elementales para el cálculo de perímetros (en particular la longitud de la circunferencia) y áreas del rectángulo, cuadrado, paralelogramo y triángulo.

Tercer ciclo

Se trabajará la medición de áreas de polígonos y círculos, y áreas y volúmenes de los cuerpos poliedros y redondos, atendiendo a la discriminación entre el área y el volumen.

Se compararán y ordenarán superficies y volúmenes con diferentes estrategias, llegándose a utilizar las unidades convencionales establecidas por el SIMELA.

Se elaborarán las fórmulas para el cálculo de volúmenes de prismas, cilindros, pirámides y conos.

Se trabajará con la fórmula del área y el volumen de una esfera.

Se establecerán las equivalencias entre unidades de capacidad, volumen y peso a través de la experimentación.

Los alumnos rigorizarán sus estimaciones, mediciones y cálculos teniendo en cuenta los conceptos de error permitido y precisión.

Cómo secuenciar los contenidos

En los cuadros se detalla la **secuencia de contenidos** de cada magnitud distribuidos por ciclos, acordada por los docentes participantes en el curso. Esta secuencia atiende a la distribución de los contenidos por ciclo, pero no indica el orden ni la forma en que las magnitudes deben ser enseñadas.

MEDIDA	**1º**	**2º**	**3º**
Resolución de problemas de medición de **longitudes y distancias**:			
1. Concepto. Formas de comparación directa e indirecta.	x		
2. Uso de unidades no convencionales	x		
3. Uso de unidades convencionales.	x	x	
4. Estimación y comprobación de longitudes de objetos y distancias familiares.	x	x	
5. Error en la medición y concepto de precisión.		x	
6. Error absoluto y error porcentual.			x
7. Comparación y ordenamiento de cantidades.	x	x	
8. Equivalencia entre unidades.	x	x	
9. Adición y sustracción de longitudes.	x	x	
10. Cálculo de perímetros.	x	x	
11. Multiplicación y división de longitudes.	x	x	
12. Cálculo de la longitud de la circunferencia.		x	
13. Unidades astronómicas y microscópicas (Algunos ejemplos: año luz, parsec; micrón, angström).			x
Resolución de problemas de medición de **capacidades**.			
14. Concepto. Formas de comparación directa e indirecta.	x		
15. Uso de unidades no convencionales.	x		
16. Uso de unidades convencionales.	x	x	
17. Estimación y comprobación de capacidades de objetos familiares.	x	x	
18. Error en la medición y concepto de precisión.		x	x
19. Comparación y ordenamiento de cantidades.	x	x	
20. Equivalencia entre unidades.	x	x	
21. Adición y sustracción de capacidades.	x	x	
22. Multiplicación y división de capacidades por un número entero.	x	x	
Resolución de problemas de medición de **pesos**:			
23. Concepto. Formas de comparación directa e indirecta.	x	x	
24. .Uso de unidades no convencionales.	x		
25. Error en la medición y concepto de precisión-		x	
26. Uso de unidades convencionales.	x	x	
27. Comparación y ordenamiento de cantidades.	x	x	
28. Equivalencia entre unidades.	x	x	
29. Estimación y comprobación de pesos de objetos familiares.	x	x	
30. Adición y sustracción de cantidades.	x	x	
31. Multiplicación y división de cantidades por un número entero.	x	x	
Resolución de problemas de medición de **superficies** (área):			
32. Concepto. Formas de comparación directa e indirecta.	x	x	
33. Determinación de figuras equivalentes (equicompuestas).	x	x	
34. Uso de unidades no convencionales.		x	
35. Uso de unidades convencionales.		x	
36. Error en la medición y concepto de precisión.		x	
37. Comparación y ordenamiento de cantidades.			
38. Equivalencia entre unidades.			
39. Estimación y comprobación de áreas de objetos familiares.		x	x
40. Adición y sustracción de áreas.		x	

41. Teorema de Pitágoras.			x
42. Multiplicación y división de áreas por un número.		x	
43. Cálculo del área de triángulos y cuadriláteros.		x	
44. Cálculo de áreas de polígonos por descomposición en figuras de áreas fácilmente calculables.		x	x
45. Diferenciación entre el perímetro y el área.		x	
46. Cálculo y uso del área del círculo.		x	
47. Cálculo y uso del área de prismas rectos.			x
48. Cálculo y uso del área de un cilindro.			x
Resolución de problemas de medición de **volúmenes**.			
49. Concepto. Formas de comparación directa e indirecta.			
50. Uso de unidades no convencionales.			
51. Uso de unidades convencionales.			x
52. Estimación y comprobación de volúmenes de objetos familiares.			x
53. Comparación y ordenamiento de cantidades.			x
54. Equivalencia entre unidades.			
55. Adición y sustracción de volúmenes.			x
56. Multiplicación y división de volúmenes por un número.			x
57. Fórmulas de volúmenes de: prismas, cilindros, pirámides, conos,			x
esferas.			x
58. Relaciones entre área y volumen.			
Resolución de problemas de medición de **ángulos**.	x	x	
59. Concepto. Formas de comparación directa e indirecta.	x		
60. Uso de unidades no convencionales.		x	
61. Uso de unidades convencionales.	x	x	
62. Estimación y comprobación de amplitudes de ángulos.		x	
63. Comparación y ordenamiento de cantidades.		x	x
64. Equivalencia entre unidades.		x	x
65. Adición y sustracción de amplitudes de ángulos.		x	x
66. Multiplicación y división de amplitudes por un número.			
Resolución de problemas de medición de intervalos de **tiempo**.		x	
67. Formas de comparación directa e indirecta.	x		
68. Uso de unidades no convencionales.	x	x	
69. Uso de unidades convencionales.	x	x	
70. Estimación y comprobación de intervalos de tiempo.		x	
71. Comparación y ordenamiento de cantidades.	x	x	
72. Equivalencia entre unidades.	x	x	x
73. Adición y sustracción de intervalos de tiempo.	x	x	x
74. Multiplicación y división de intervalos de tiempo por un número.		x	x
75. .Prefijos de unidades múltiplos: hecto, kilo, mega (10 6), giga (10 9), tera (10^{12}), y de submúltiplos: pico (10^{-12}), nano, micro, mili, centi, deci).			
Resolución de problemas de **dinero**			
76.Usos.	x	x	
77.Monedas y billetes en curso.	x	x	
78.Cambio.	x	x	
79. Moneda extranjera. Cambio			

3. Algunas sugerencias para la enseñanza de la medida en la EGB

En el tratamiento escolar de la medida es posible reconocer algunas tendencias en la enseñanza que pueden actuar como obstáculos para el aprendizaje de los alumnos. Reconocer estas tendencias es un primer paso para poder pensar en superarlas. Estas tendencias son:

a. La aritmetización de la medida.

En la enseñanza escolar de la medida suele existir un apresuramiento por llegar a trabajar con los números, hecho que algunos autores (Chamorro, 1997) llaman "la **aritmetización** de la medida", **dejando de lado la importancia de medir**.

La aritmetización de la medida se ve incentivada por los docentes al pasar rápidamente al tratamiento del SIMELA, que si bien posee alta relevancia cultural, y un uso social indiscutido, necesita un tiempo de construcción que la escuela **no** siempre se permite. Como consecuencia de esto muchos de los errores que los alumnos cometen en las "reducciones" provienen de la falta de representaciones mentales de las unidades más comunes como referentes, lo cual les permitiría juzgar criteriosamente los resultados que logran mecánicamente.

Se ha de reconocer que dar problemas de reducciones, de operaciones con cantidades y de reemplazo de valores en fórmulas <u>no implica que se esté trabajando la medida</u>. En realidad estos siguen siendo problemas de aritmética a través de los cuales se ejercitan operaciones con números decimales, que no profundizan el sentido de la medición.

A esto colabora el uso de instrumentos "numerizados" (balanzas, relojes y cintas métricas digitales, medición de longitudes utilizando los rayos láser, etc.) lo cual hace que los alumnos no puedan apreciar la "materialización" de la cantidad a medir, hecho que sí se puede captar en la balanza de dos platillos al tener que equilibrar pesos con pesas visibles y sopesables; al construir el metro que servirá de unidad para medir longitudes; al analizar el reloj de manecillas que permite una "apreciación visual" del tiempo que transcurre, etc.

<u>b. Escaso trabajo con objetos reales</u>

A esta falta de captación de la medida también contribuyen la falta de trabajo sobre objetos reales - los alumnos no admiten que es posible medir longitudes en un objeto cóncavo o curvo, por ejemplo- y la centración en textos en los que las ilustraciones no guardan la proporcionalidad que existe en el mundo real, así un zapato puede tener el mismo tamaño que una heladera o una persona.

<u>c. Poco aprecio de la inexactitud en la medida</u>

Otro aspecto que, por lo general, no se discute en las aulas es la inexactitud de la medida y el rango en que es admisible dar una respuesta cuando se trabaja con instrumentos y cuando se estima (concepto de error y precisión). A los niños les cuesta comprender que dos o más respuestas diferentes pueden ser igualmente valiosas a los fines de resolver un determinado problema. Los términos: *alrededor de…; cerca de…; más o menos…; entre a y b…, pero probablemente más cerca de…; por debajo de…; por encima de…;* etc., constituyen el lenguaje de la estimación y de la medida y siendo de uso cotidiano no necesitan más que ser incorporados a la vida escolar.

d. Ausencia de trabajo con instrumentos y escalas.

La confección de instrumentos y de escalas, lo mismo que su lectura en los distintos instrumentos y gráficos tampoco sigue un proceso constructivo, ni en el aula ni en los textos. Los alumnos suelen confundir el número de espacios entre marcas con el número de marcas, aún en la regla escolar, lo que complejiza la construcción posterior de escalas, por ejemplo para representar datos estadísticos o puntos en el plano (uso de escalas no lineales, ubicación de la numeración en los espacios intermedios de intervalos no en los extremos, incorrecta ubicación del 0, etc.)

¿Por qué la insistencia de medir a partir del 0?

Lo que importa en realidad al medir longitudes con regla es encontrar la diferencia de unidades entre la medida del extremo inicial y del extremo final. Al ubicar el cero en el extremo inferior, la diferencia da exactamente el valor correspondiente al extremo final de la longitud medida cuya lectura es inmediata. Sin embargo, los alumnos han de aprender a medir no sólo de izquierda a derecha, sino también en sentido contrario y no sólo partiendo del cero sino de cualquier punto de la regla (el cero suele ser un punto de desgaste habitual en las reglas poco cuidadas de nuestros chicos). Por lo tanto resultará conveniente darles a los alumnos "reglas" marcadas en centímetros, pero que no comiencen con 0. Los alumnos deberán hacer mediciones reiteradas de distintos objetos partiendo de diferentes números y tomando registro del punto de inicio y término (con distintos sentidos) en su regla y calculando la distancia que media entre ellos. Por ejemplo, saliendo de 1 llegué a 5, luego la distancia es de 4 cm pues 1 más 4 es 5. Salí de 10 y fui para atrás hasta 7, luego la distancia es de 3 cm, pues 10 menos 7 es tres. (Bressan, 1997)

e. El uso ambigüo del vocabulario

El uso confuso del vocabulario de medida, tanto en la vida cotidiana como en la escuela, donde se utilizan los términos alternativamente con distintos significados igualándose, por ejemplo, medida a cantidad, unidad a magnitud o precisión a exactitud, contribuye a la poca claridad conceptual de los alumnos (Consultar el anexo 2: Vocabulario)

En síntesis el apuro por iniciar al niño en el aprendizaje de las unidades legales y de reglas mecánicas de conversión entre ellas, la falta de realización de mediciones efectivas, del análisis de los métodos de medir, de las unidades pertinentes de acuerdo a la precisión requerida y de los instrumentos de medición, y el empleo de un vocabulario difuso para el tratamiento del tema, atentan realmente para la comprensión de un contenido tan relevante para la vida cotidiana, el mundo del trabajo y el quehacer en otras disciplinas.

Uso y abuso del lenguaje…Oído al pasar:

- *Hay que levantar la medianera. Andá a comprar 3 metros de arena. ¿Tres metros de arena? ¿Cómo hacen para medir la arena con un metro?*
- *Si querés que te haga el vestido, comprá dos metros de tafeta blanca. Fijate que sea de doble ancho.*
- *Con 400 gramos me alcanza para tejer una bufanda.*
- *¿Cuánta pintura necesito para este techo? (Se calculan dos litros por cada nueve metros).*

¿Cuáles serían las expresiones correctas en cada uno de los casos anteriores?

¿Qué magnitud se trabaja en cada caso?

Pensemos otros ejemplos de usos y abusos del lenguaje en relación con el tema de la Medida (García y Zorzoli, 1996)

Consideraciones para elaborar secuencias didácticas

El proceso de aprendizaje girará en torno de la resolución de problemas significativos.

Dado que la medida, como todos los temas de matemática toma su significado de los problemas que puede resolver se hace necesario que los mismos no sean sólo pensados como aplicaciones de conocimientos previamente aprendidos sino, prioritariamente, como promotores de la construcción conceptual y el desarrollo de habilidades.

Interesa enormemente que se inicien todas las actividades de búsqueda y construcción de conceptos y procedimientos de medida con el planteo de problemas o preguntas pertinentes en relación con los contenidos y propósitos de cada ciclo.

Estos problemas pueden:

- provenir del entorno inmediato (Por ejemplo: Este mueble es muy pesado, ¿cómo puedo saber si pasará por la puerta sin necesidad de moverlo?. ¿Cuánto supones que medirá tu hermanito a los 8 años?. Etc.),
- estar vinculados con otros ejes del área como el de geometría o el de estadística (Ejemplo 1: Disponemos de este papel afiche para todo el equipo y necesitamos hacer los patrones de estos cuerpos ¿Cuánto papel debo dar a cada uno? o ¿Cuál es el gasto que demandará esta actividad?, ¿En qué forma podremos aprovechas al máximo el papel de que disponemos, etc. Ejemplo 2: ¿Cuál será el área más común de la mano de los alumnos de este grado?),
- estar vinculados con contenidos de otras áreas de conocimiento tales como las ciencias naturales, la geografía o la tecnología (¿Cómo se pueden medir las fuerzas?, ¿Cómo se averiguó la distancia tierra - sol?, ¿Cómo se puede construir un termómetro? ¿Cómo realizar un mapa a escala?)
- Los problemas de medida en la historia de la matemática también constituyen un valioso recurso para interesar a los alumnos en los contenidos de este eje al permitirles conocer cómo llegaron los pueblos a los sistemas de medición que se utilizan en la actualidad.

La secuencia de enseñanza, en base a problemas, puede organizarse teniendo en cuenta la siguiente progresión (que puede ser similar para todas las magnitudes) atendiendo a la lógica del tema y del conocimiento:

a. Identificar la magnitud a medir
b. Comparar y ordenar objetos (concreta y mentalmente) en base a una magnitud y utilizar el lenguaje que describa esas situaciones (éste es más pesado porque…, … es más corto que…, etc.).
c. Medir eligiendo unidades no convencionales y convencionales
d. Construir y usar modelos de las mismas.
e. Establecer equivalencias
f. Estimar medidas con diferentes unidades.
g. Tratar la precisión con que se mide.
h. Discutir las escrituras obtenidas al medir.
i. Requerir la necesidad de crear múltiplos y submúltiplos que permitan disminuir el error en la medición.
j. Codificar las unidades convencionales, sus múltiplos y submúltiplos.
k. Operar con cantidades de una magnitud.
l. Crear y utilizar fórmulas atendiendo al cálculo con números y unidades.

Esta progresión no es lineal ni con pasos aislados, sino que el proceso de construcción cognitivo de nuestros alumnos nos obliga a volver periódicamente sobre los mismos temas variando los contextos en los problemas, integrando contenidos de la medida y de la medida con otros ejes de la matemática y elevando el nivel de lenguaje y de formalización.

Problema:
Buenas tardes- saluda Eleonora a la empleada de la librería-. Necesito goma de pegar.
- Tenemos ésta por $1 y esta otra más barata por 80 centavos- contesta la empleada.

Eleonora se da cuenta de que los frasquitos no son de igual tamaño. Los agarra y lee en el envase: el primero contiene 30 ml de goma de pegar y el segundo contiene sólo 20 ml.
Mientras la empleada atiende a otro cliente, se queda pensando cuál sería una manera inteligente de comparar los precios de los dos envases conteniendo distinta cantidad. Decide: Me llevo el de $1 porque es más barato.
¿Qué pensó Eleonora? ¿Por qué dice que es más barato? ¿Elegirías lo mismo?
Si el segundo frasquito costara 80 centavos pero contuviera 25 ml, ¿cuál elegirías?
Solución:

a)

ml de goma	*precio*
20	*$0.80*
1	*$0.04*

b)

ml de goma	*precio*
30	*$ 1*
1	*$0.03*

Como nosotros sabíamos que 20ml de goma costaba $0.80, planteamos qué teníamos que

hallar el precio de la unidad de éste para después comparar con el precio de la unidad de los 30ml de goma. Es por eso que podemos decir que Eleonora tuvo una buena elección.

a) Eleonora no sólo pensó en el precio sino pensó también en la cantidad, usando el método de proporcionalidad directa.

b) Eleonora dice que es más barato porque el precio de la unidad de los 30ml es menor que el precio de la unidad de los 20ml.

c) Sí, nosotros eligiríamos lo mismo ya que el precio es más conveniente razonándolo desde el punto del precio de la unidad.

d) Nosotros eligiríamos el frasquito de 25ml que cuesta $0,80 porque

ml de goma	*precio*
25ml	*$0.80*
1ml	*$0.032*

Posse-Gauzzone-Coletta-Chapar ro. 7º Esc. Sto. Tomás de Aquino. Campana

Otras soluciones *(pertenecientes a alumnos de 7º grado de Escuelas de Campana y tomadas de los registro de las docentes):*

<u>Escuela A:</u>

1) Eleonora piensa que la goma de pegar de 20 ml sale $0.80 y la de 30ml $1. Para sacar cuánto le saldrían 10ml e igualar al de 30ml tendría que sacar la mitad de $0.80 para comparar los precios

$0.40--------10ml

$0.80--------$0.80 + $0.40 = $1.20.

Rta.: Eleonora eligió la de $1 porque es más barata que la de $0.80 ya que 30ml de ésta costarían $1.20.

2) Yo elegiría lo mismo. Si el segundo frasquito de $0.80 contuviera 25ml elegiría cualquiera porque 5ml = 0.40/2 = 0.20, entonces se lo sumo a $0.80 y da $1 (aparentemente la alumna confunde los datos y considera que 5ml tienen un valor de $0.20, teniendo en cuenta los valores de la primera goma de pegar de $0.80 - 20ml)

3) Suponemos que Eleonora gastó $4 en voligomas de $1 (son 120ml)

$4.00 : $0.80 = 5 voligomas de 20ml c/u
5. 20 = 100ml en total
Nos dimos cuenta que usando la misma cantidad de dinero, pero comprando diferentes voligomas, la más conveniente es la de $1, ya que ganaría 20ml, por esta conclusión elegiríamos lo mismo.

Escuela B:

1)2 envases	*60 ml.*	*$ 2*
2 envases	*40 ml.*	*$ 1,6*
1 envase	*20 ml.*	*$ 0,80*
	60 ml.	*$ 2,40*

Rta.: entonces mejor comprar la primera.

2) $\frac{\$\,1}{30\ ml}$ *?* $\frac{\$0{,}80}{20\ ml}$

$\frac{1}{30} < \frac{1}{25}$

0,03 < 0,04 *Rta. Conviene la primera.*

3)

20 ml	*10 ml*	*30 ml*
$ 0,80	*$ 0,40*	*$ 1,20*

Rta.: conviene la primera.

4)

ml	*30*	*10*	*20*
$	*1*	*1/3*	*2/3*

Rta.: este envase es más barato que el otro.

El “clima” del aula

Todos los docentes sabemos lo importante que son las relaciones personales en la enseñanza. Por eso las relaciones que establecemos con nuestros alumnos y las que promovemos entre ellos a partir de la tarea merecen una especial atención.

El aprendizaje de la matemática puede ser una situación interesante y motivadora, pero para que así sea no solo debemos trabajar en un clima de respeto mutuo sino también, esforzarnos por alentar a nuestros alumnos a la experimentación, al intercambio de ideas, a la discusión y a la comprobación de resultados con diferentes recursos y procedimientos. Esa riqueza de situaciones resulta el mejor incentivo para despertar el interés, promover la comprensión y también para lograr estimular la creatividad tanto nuestra como de nuestros alumnos.

Para ello nos parece importante promover:

- la participación general de los alumnos en la solución de las situaciones dadas. (Si un problema es lo suficientemente abierto e interesante para ellos todos tendrán algo para hacer o decir al respecto)
- la explicación y justificación de lo realizado,
- el respeto y escucha de los aportes de los compañeros,
- las preguntas de los alumnos acerca de lo no comprendido,

De este modo, generando este clima de trabajo también estaremos ayudando a que cada alumno adquiera la confianza en poder trabajar con matemática y deje de pensarla como una disciplina difícil y aburrida.

Comentarios en aulas de Campana donde se comenzó a aplicar aspectos de lo trabajado en el curso:

Docente 1: “Participaron todos, aun los que nunca lo hacen”

Docente 2: “Me sorprendió el interés de todos”

Docente 3: “No querían salir al recreo, estaban muy entusiasmados”

Docente 4: “ Es muy valioso llevar al debate, al conflicto porque provoca entusiasmo, se defienden posturas y se disfruta de la clase (no somos seres pasivos que copian resultados)”

Docente 5: “Es posible tomar como ejemplo las situaciones problemáticas de la vida real, con los elementos cotidianos de los que dispone el niño”

Docente 6: “Creo que la medida puede usarse como `tronco´ del cual se pueden desprender muchísimos conceptos matemáticos que hasta el momento no he realizado”

Alumno A: “Qué divertido, así es lindo trabajar en matemática”

Alumno B: “No salgamos a recreo” (Ma.: “Se quedaron trabajando cuando siempre quieren salir”)

La enseñanza de la estimación

En el libro de Segovia (1985) se cita a Siegel, Godsmith y Madson quienes proponen un modelo de todas **las posibles estrategias de estimación** de cantidades de magnitudes discretas y continuas (fueron tomadas de su investigación sobre 140 alumnos de 2do a 8vo año y a 10 adultos).

A continuación mencionamos los procesos básicos que al combinarse dan lugar a esas estrategias:

- conjeturar, los niños hacen una conjetura sobre el resultado.
- explicar su estimación realizada "a ojo" fundamentada en la percepción de la cantidad.
- usar un intervalo en donde sitúan a la cantidad.
- comparar con un referente que es aproximadamente igual a la cantidad que se plantea.
- comparar con una unidad de medida interiorizada.
- fraccionar la unidad de medida cuando la cantidad a estimar es menor.
- reiterar mentalmente la unidad sobre la cantidad a estimar hasta agotarla.
- estimar una parte, pero sin llegar a utilizar el número de partes para la estimación de la cantidad total (pseudodescomposición).
- descomponer y componer la cantidad, estimando el valor de una parte y multiplicándola por el total de partes.

Para formular *actividades de enseñanza de la estimación*, Bright (1976) propone se trabajen todas las combinaciones posibles teniendo en cuenta la presencia o no del objeto (sólo se dispondría de una imagen mental) al que hay que estimar su medida y la presencia o ausencia de la unidad que sirve como elemento de referencia. Existen dos situaciones que atravesarían las posibles combinaciones dando por resultado 8 posibilidades:

1) Dada la unidad estimar la medida del objeto.
2) Dada la medida estimar a que objeto corresponde.

A continuación presentamos dos cuadros que ejemplifican las mismas:

		Objeto	
		Presente	Ausente
Unidad	Presente	Estimar cuántos pies mide este zócalo.	Estimar cuántos pies mide mi cuadra.
	Ausente	Estimar cuántos litros entran en esta jarra	Estimar cuántos litros entran en el barril del fondo.

		Objeto	
		Presente	Ausente
Unidad	Presente	Estimar qué objeto de la clase mide tres pies de ancho	Estimar qué ventana de mi cocina mide unos 5 palmos de alto.
	Ausente	Estimar qué reci pientes de los aquí presentes miden cerca de medio litro.	Estimar de los objetos que enuncio en cuáles caben entre 1 y 2 litros.

Para que la estimación no sea una simple adivinación es necesario que se la trabaje en el aula. Por fuera de la escuela son múltiples las formas en que al niño se le requiere su uso a diario: ¿Me alcanzará este papel para mi dibujo?, ¿Serán suficientes estos caramelos para mis amigos?. Pero resulta ser la escuela desde el Nivel Inicial la que puede hacer progresar realmente en los procesos que el alumno utiliza espontáneamente para estimar, como suelen ser la conjeturación global o la respuesta visual, y mejorar así sus estimaciones.

Preguntas tan simples como:

- ¿Quién del grupo tiene más caramelos? Esta pregunta por lo general no requiere del niño de un cálculo exacto. Una simple mirada basada en la percepción de la cantidad y del espacio que ella ocupa puede resolver el problema. Pero el hecho de hacer comprobar si la afirmación realizada es correcta obligará al niño a contar (midiendo la numerosidad de cada conjunto de caramelos) y evolucionar tanto en el cálculo exacto como en el estimativo.
- ¿Cuánto te parece que pesa una pelota de tenis en relación con una de ping pong?. Análogamente el niño podrá decir un valor que será fácilmente corroborable pesando ambas pelotitas, a la vez que va tomando conciencia de la importancia de tener referentes que le permitan comparar.
- ¿Cuántos saltos podrás dar en un minuto?¿Todos los niños de tu edad darán el mismo número de saltos en un minuto que tú?. ¿Por qué?. ¿Alrededor de cuántos saltos pueden dar la mayoría?. El uso de la estadística nos ayudará a contestar esta pregunta.

Describe cómo se podrían resolver estos problemas. ¿Las respuestas serían exactas o estimadas? ¿Por qué?.

- *¿Cuántos alumnos hay en tu escuela?*
- *¿Cuántas palabras hay en este trozo de papel?*
- *¿Cuántos kilómetros tendría un segmento dibujado con la tinta de una birome nueva?*
- *¿Cuántas hojas de césped hay en un metro cuadrado de jardín?*
- *¿Cuántos copos hay en una caja de cereal?*
- *¿Cuántos caramelos hay en una bolsa grande de caramelos Sugus?*
- *¿Cuántos centímetros cuadrados se pueden colorear con un crayon nuevo?*
- *¿Cuántos cabellos tienes en tu cabeza?* (Bressan, 1997)

Una vez por semana el maestro pone un objeto sobre su escritorio. Cada día de la semana aparece una pregunta que tiene que ver con él. Los alumnos la contestan en un papel donde figura su nombre. Al final de la semana se analizan las respuestas, se hacen las comprobaciones y se ven los "ganadores". Ejemplos de preguntas a realizar por el maestro:
- Lunes: ¿Qué altura tiene esta bolsa (florero, carpeta, lapicero, etc.)?
- Martes: ¿Cuál es el peso de esta bolsa?.
- Miércoles: ¿Cuántos cubitos (ladrillitos, caramelos, etc.) caben en ella?
- Jueves: ¿Cuánto papel se empleó en su confección?
- Viernes: ¿Quién estimó correctamente?.(Bressan, 1997)

En los años más avanzados algunas situaciones requieren la anticipación de resultados de medidas que están dadas por fórmulas (por ejemplo, de superficie o volumen) o por enunciados matemáticos (por ejemplo, el teorema de Pitágoras o el de Thales). En estos casos se está en presencia de la estimación indirecta de medidas, en la cual convergen procesos de estimación de cálculos y de medida combinados.

La enseñanza de las "reducciones"

Reducir acá no quiere decir achicar, sino expresar de diferente forma. El trabajo de reducciones se estará haciendo desde el comienzo cada vez que se pida a los alumnos que dada una cantidad expresada en una unidad la exprese en otra, por ejemplo si una longitud de 3 pies, podrá tambien ser medida y expresada como 90cm aproximadamente. El alumno debe llegar a darse cuenta de que lo que se busca con las reducciones es *conservar la cantidad expresándola en forma diferente, lo que equivale a usar distintas unidades para medirla.*

Un principio que el alumno debe tener adquirido sólidamente previo a esta tarea es que del tamaño de la unidad depende el valor de la medida de la cantidad en cuestión.

Por ejemplo, supongamos que la unidad "**a**" es la mitad de la unidad "**b**", al medir la misma cantidad (llamémosla C) con ambas unidades resultará que la medida resultante de aplicar **a** será el doble de la obtenida al aplicar **b**. En símbolos: $med_a\ C = 2\ med_b\ C$

Este es el criterio utilizado al "reducir" una cantidad expresada en una unidad a otra. Para ello se hace necesario establecer una compensación entre la variación de la unidad -a una más grande o más chica que la dada- y la medida obtenida, para que la cantidad no se altere.

Ejemplos:

a) Sea expresar 3 litros en centiliros. Al utilizar cl en lugar de litros utilizo una unidad 100 veces menor que el litro (la divido por 100), luego la medida va a ser 100 veces mayor, lo que se expresa como 3l = 300cl.

b) Si en lugar de usar una unidad menor mido la misma cantidad pero con una mayor, por ejemplo kilolitros, obtendré 3l = 0.003kl, ya que siendo la unidad 1000 veces mayor que el litro (la multipliqué por 1000 en su tamaño), la medida original 3 va a quedar dividida en 1000 partes.

Es decir, que antes de comenzar a inferir las reglas mecánicas de "movimiento de la coma", es necesario hacer que el alumno comprenda la siguiente relación : **En una cantidad expresada en una unidad dada, si divido la unidad por n, la medida quedará multiplicada por n, o viceversa, si multiplico la unidad por n la medida quedará dividida por n.**

Evidentemente este proceso estará bastante allanado si los alumnos han hecho un buen trabajo con el sistema de numeración decimal donde valen las mismas reglas, pero igualmente el trabajo con éste último y con el SIMELA en simultaneidad, ocasionará beneficios mutuos de comprensión de ambos sistemas.

La confusión perímetro - área, área - volumen

Muchos son los autores que hoy día ponen énfasis en destacar esta situación que se da frecuentemente en los alumnos, aun de los ciclos mayores de escolaridad y en los adultos, adjudicándole distintas razones, entre ellas psicológicas y didácticas.

Dentro de las razones psicológicas citan:

- el hecho de que el perímetro es unidimensional mientras que el área exige la coordinación de dos dimensiones y el volumen de tres haciendo más dificultosa su captación;

- la tendencia a llevar a modelos lineales (en particular a pensarlas como magnitudes directamente proporcionales) las relaciones lado-perímetro, perímetro-área, área-volumen, por lo cual los alumnos no admiten que manteniéndose estable el perímetro se puedan obtener áreas distintas (mayores o menores que la dada) o que al duplicar un lado de un cubo se octuplique su volumen en lugar de duplicarse. A través de la resolución de problemas variados sobre figuras y cuerpos concretos el alumno deberá constatar el tipo de dependencia entre la variación de un lado y el perímetro en distintas clases de figuras y la independencia entre la variación del perímetro y el área de una figura y, más adelante, entre el área y el volumen de un cuerpo.

Dentro de las razones didácticas se señalan:

- la falta de tiempo de construcción (partiendo de la exploración en el plano concreto) de las nociones de perímetro, área y volumen, y el apuro por pasar a las fórmulas.

- el uso de pocos recursos y actividades que permitan visualizar las diferencias de estos conceptos contrastándolos. (Recursos como el geoplano, el papel punteado o cuadriculado, las varillas articulables y actividades que impliquen el desarrollo de cuerpos, la construcción de cuerpos a partir de sus caras, el sellado de las caras de un cuerpo, la búsqueda de cuerpos equivalentes pero de formas distintas trabajando con bloques o ladrillitos, el cálculo de la superficie de cada uno de estos cuerpos, etc. son sumamente importantes para ayudar a los alumnos a discriminar estos conceptos)

- la insistencia en presentar las figuras o cuerpos dibujando su contorno y no destacando su interior.

- la postergación de la enseñanza del perímetro al segundo ciclo, uniéndose a la del área. (Siendo la longitud la magnitud más accesible para los pequeños, el cálculo de perímetros no puede implicar ninguna dificultad, mientras no se le exijan fórmulas)

En el apartado dedicado a actividades, bajo los títulos de longitud, superficie y volumen, se presentan varios problemas que pueden ayudar a mejorar la comprensión de estos conceptos.

Cómo evaluar lo que los niños aprendieron

Nos parece que es necesario hacer un replanteo de la evaluación en el tema medida. Si sugerimos que la importancia del mismo radica esencialmente en distinguir magnitudes, saber medir cantidades presentadas en diversas formas, estimar medidas y usar estos conocimientos en la resolución de problemas significativos, no se puede evaluar a partir de un quehacer aritmético puro, como se suele hacer mediante el sólo trabajo con equivalencias (reducciones) y operaciones con cantidades.

Evaluamos para conocer qué han aprendido nuestros alumnos y para saber qué no han aprendido por tanto, se hace necesario utilizar variados recursos que nos permitan darnos cuenta si han comprendido qué es medir, si pueden realizar mediciones y operar con las cantidades resultantes.

En este sentido el trabajo experimental en medida, es decir, las mediciones efectivas que los niños realicen son un medio importante para que podamos evaluar la comprensión y las habilidades que implica el proceso de medir. El quehacer aritmético se desprende de la necesidad propia de dicho trabajo y no por fuera de él.

En el apartado siguiente se presentan variadas actividades en las que podemos encontrar problemas que según el estado de conocimiento de los alumnos pueden ser utilizados para la construcción de conceptos y procedimientos, para la ampliación o transferencia de los mismos o para la evaluación.

Analicemos estos dos problemas que pertenecerían al segundo ciclo:

1) El área de un rectángulo es igual a $208 cm^2$ y uno de sus lados mide 13 cm. Calcular la medida del otro lado y el perímetro del rectángulo.

2)Toma un papel glacé. Córtalo en partes y arma con ellas otras figuras contorneándolas en na hoja de papel. ¿Cuál es la figura de mayor perímetro que puedes obtener? ¿Y la de perímetro enor? ¿Qué poseen en común todas las figuras que has contorneado? ¿En qué cambian?

A partir de este trabajo dí si la siguiente afirmación es falsa o verdadera, justificando tu respuesta:

las figuras de igual área siempre tienen igual perímetro.

Antes de decidir sobre cuál de estos problemas te sirve para evaluar debes conocer qué contenidos y habilidades demanda cada uno y qué tienes interés en evaluar:

Primer problema: requiere que el alumno conozca qué es el área y qué es el perímetro y pueda, a partir de la fórmula del área : b x h, aplicar procedimientos algebraicos para encontrar el valor del lado faltante y el perímetro.

Segundo problema: el alumno ha de conocer lo que es el perímetro y experimentar para obtener figuras de distinto perímetro manteniendo su área total constante (como unión de figuras -superficies- equivalentes). Podrá inferir que cuanto más lados de contacto posean las figuras al componerse, el perímetro será menor. Discutir un caso extremo en que las figuras tomadas de a dos sólo tengan un punto de contacto (perímetro mayor). También debe interpretar una generalización en base a su trabajo anterior, justificando la verdad o falsedad de la misma, interpretando el sentido del término "siempre"

Las habilidades exigidas en el primer problema se centran más en la memoria y el cálculo, mientras que las necesarias para el segundo se apoyan en la experimentación y la medición efectiva, la inducción y la prueba. Cada docente puede elegir pero para elegir ¡antes debemos saber qué nos proponemos evaluar en nuestros alumnos!

4. Propuestas de actividades de aprendizaje

Para Nivel Inicial

La medida ha de ser trabajada desde Nivel Inicial. Las actividades para ese nivel han de incluir la comparación, el ordenamiento, la clasificación y la medición efectiva de cantidades.

Al principio el niño pequeño utilizará expresiones cualitativas y absolutas para expresar propiedades cuantitativas de los objetos, por ejemplo, "es grande", “es chico'", “es pesado", etc. Es importante que los maestros del nivel inicial y del primer año trabajemos la relatividad y subjetividad de esas apreciaciones (lo que es alto para un niño pude no serlo par otro de más edad, el tiempo "corto” de juego puede ser igual que el "largo” de estudio, etc.) llevando al alumno a objetivar sus respuestas comparando objetos y relativizando sus afirmaciones usando expresiones tales como: "...es más largo que...", "...es más liviana que...", "...cabe más que en...":, ":..ocupa menos espacio que...", etc.

Posteriormente, en el primer ciclo los docentes propondremos a nuestros alumnos situaciones (preguntas o problemas) en que estas respuestas sean insuficientes y sea necesario expresar numéricamente atributos de los objetos (cabe el doble, tiene la mitad, es un cuarto, …) De este modo pondremos a nuestros alumnos en la necesidad de realizar estimaciones y mediciones efectivas, eligiendo unidades convenientes, tomando conciencia de la necesidad de expresar la medida de cualquier cantidad explicitando la unidad utilizada. Ejemplos de algunas actividades posibles de realizar en este nivel son:

- Comparar objetos según una longitud en forma directa e indirecta con sogas, varillas, etc., por ejemplo: ancho puerta-ancho ventana, perímetro cabeza-perímetro cintura, ancho y largo de una baldosa, manos extendidas- manos cerradas, etc.
- Comparar caminos de distintas formas (rectos, curvos y quebrados), por ejemplo: caminos dibujados en el piso o en el pizarrón.
- Estimar la longitud de dos objetos (toda la clase según una misma unidad y luego en unidades distintas) y luego comprobar.
- Ordenar objetos (tizas, lápices, muebles, etc.) teniendo en cuenta anchos, diámetros, largos, etc.
- Buscar o confeccionar objetos de longitudes equivalentes a una dada.
- Medir objetos o distancias utilizando unidades no convencionales (teniendo el número de unidades suficiente para recubrir la longitud a medir o no permitiéndoles más que el uso de una, para que deban transportarla iterándola).
- Dar a los alumnos objetos diversos en tamaño y material para que deslicen sus manos por su interior y exterior/ los palpen y sopesen/ los llenen y vacíen con arena, arroz, porotos, etc.
- Sumergir objetos de distinto tamaño en agua y ver qué acontece con el nivel de la misma.
- Comparar visualmente (sin tomarlos) 2 o 3 objetos de distinto tamaño y material en base a su peso o capacidad estableciendo un orden entre ellos (Materiales: cajas y latas con tamaños, pesos y capacidades diferentes, abiertas y cerradas; latas o cajas iguales, llenas, medio llenas y vacías; bolas de plastilina, plomo, lana, pelotitas de ping pong, tenis,…). Comprobar sopesando y trasvasando (por ejemplo, porotos) las estimaciones dadas (en este caso deben entrar en juego relaciones tales como: no siempre un objeto de mayor tamaño es más pesado ni tiene mayor capacidad, objetos de distinta forma pueden tener el mismo peso/capacidad)

La magnitud **tiempo** presenta mayor dificultad de captación porque no puede ser observada directamente como propiedad de los objetos, sino que ha de medírsela a través de instrumentos especialmente fabricados a tal fin: relojes, calendarios, etc. El tratamiento inicial estará dirigido a la captación por parte de los niños de la existencia de ciclos y sucesiones temporales, es decir a reconocer que existen sucesos que acontecen en un orden temporal dado y que entre dos sucesos median intervalos de tiempo cuya duración interesa apreciar, es decir medir. Algunas actividades para el aprendizaje son

- Comparar duraciones de canciones, sonidos, ejercicios, movimientos, etc. y responder ¿por qué te parece que es así?.
- Utilizar relojes de arena, velas graduadas, canciones, conteo de palmadas, movimiento de un péndulo, etc. para comparar la duración de distintas acciones. (Pista: atender a la regularidad de las unidades elegidas, comparar las medidas si las unidades son más pequeñas y al concepto de conservación del tiempo)
- Utilizar el calendario como manera de graficar el tiempo transcurrido. Utilizar el calendario para contar hacia delante y hacia atrás, identificar el día anterior y el siguiente. Marcar los días festivos, los cumpleaños, etc. (Sugerencia: trabajar con calendarios anuales y mensuales donde se ubiquen las semanas para evitar la atomización que provoca trabajar semana por semana).
- ¿Cómo repartes tu día? (El niño comenta secuencialmente sus principales actividades y compara con las de sus compañeros). Esta actividad puede ser profundizada en la EGB a través de las herramientas que da la Estadística.
- También importa que el alumno de Nivel Inicial considere “la medición” de unidades discontinuas a través de procesos estimativos que luego verificarán contando. El objetivo primordial consiste en que el alumno vaya precisando su pensamiento numérico, abandonando el uso de cuantificadores globales (muchos, pocos, algunos, etc.) por el uso de cardinales, además de diferenciar la cantidad de elementos de una colección del espacio que ocupan y de su posición.

    Por ejemplo: presentar en láminas o por retroproyección conjuntos con determinada cantidad de elementos iguales y con diferentes distribuciones (rectas, circulares, apiñadas, esparcidas, etc; con puntos, rayas, lápices, tapitas de botellas, etc.) por breves instantes (1 o 2 segundos) para que los alumnos estimen la cantidad de elementos de dichos conjuntos (se comenzará con menos de 10). Una vez realizada las estimaciones los alumnos podrán contar los elementos.

- Estimar el número de determinados materiales que haya en la clase en diferentes posiciones: paneras (apiladas), lápices (en el lapicero), tijeritas (distribuidas en el centro de la mesa), carteles, libros, azulejos, ladrillitos, etc. y verificar la razonabilidad de la estimación contando.
- Mostrar a los alumnos la posibilidad de estimar por partes. Por ejemplo: si tienen que estimar un grupo de 12, tomar uno de 4 y tratar de pensar cuantas veces entra en 12.
- Estimar el número de garbanzos (semillas, porotos, etc) que entran en un frasco pequeño o caja transparentes.(Este problema puede darse desde el Nivel Inicial hasta el Tercer Ciclo de EGB, ya que los alumnos podrán utilizar diferentes estrategias de acuerdo a sus conocimientos (contar por partes, pesar una parte, calcular volúmenes, etc.)

Para la Educación General Básica

En este apartado presentamos problemas, emprendimientos matemáticos y algunas ideas para trabajar en proyectos.

Los problemas pretenden ejemplificar el trabajo con distintas magnitudes. Si los alumnos no han trabajado las experiencias indicadas para el Nivel Inicial deberán ser incorporadas al primer año del primer ciclo.

Estos problemas promueven el uso de diferentes estrategias y soluciones a la vez que permiten poner en evidencia los distintos niveles de comprensión y comunicación matemática de los alumnos, al solicitarles que expliquen y justifiquen sus respuestas.

No los hemos identificado estrictamente por ciclo porque en su mayoría pueden ser presentados en todos, esperando lógicamente soluciones más elaboradas a medida que avanzamos en los años de escolaridad.

No obstante, como orientación proponemos el siguiente cuadro de acuerdo con la distribución de los problemas que se adjuntan en el módulo (identificados por su número y sin graduación alguna)

MAGNITUD	Primer Ciclo	Segundo Ciclo	Tercer ciclo
Longitud	1 2 3 4 5	5 6 7 8	6 7 8 9
Capacidad	15 16 17	16 17 18 19 20 21 22	18 21
Masa/Peso	10 11 12 13	13 14	14
Tiempo	68 69 70 73	68 69 70 71 72 73	71 73 74
Amplitud angular	5 67	61 62 63 64 65 66 67	63 66
Dinero	57	57 58 59 60	59 60
Superficie	23 24 27 37	23 24 25 26 27 28 29 30 32 34 35 36 37 38 39	28 29 30 31 32 34 35 39 40 41 42 43
Volumen	44 45 47	44 45 46 47 48 49 52	50 51 53 54 55 56

A continuación de los problemas presentamos ejemplos de *contextos***,** a los que denominamos Emprendimientos Matemáticos, para mostrar cómo se puede trabajar en distintos ciclos creando actividades variadas alrededor de determinados contenidos y situaciones.

Al final también brindamos algunas ideas para trabajar *proyectos* de aula con los alumnos requiriendo de ellos un trabajo cooperativo para la determinación de objetivos, la búsqueda de información, la organización adecuada de la misma y la comunicación de lo hallado en forma oral y/o escrita.

Se recuerda además, que el diario con sus múltiples secciones, es una fuente enorme de datos relacionados con la medida que los alumnos irán interpretando y usando a lo largo de su escolaridad obligatoria, dándoles idea de la relevancia del tema en el mundo actual.

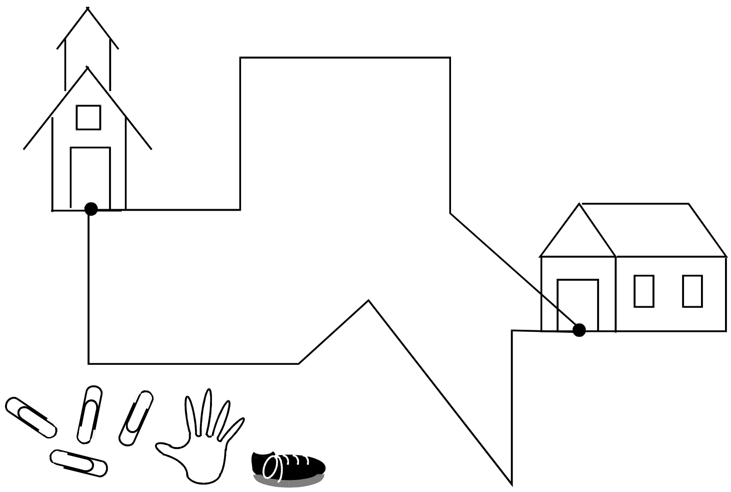
En el anexo 2 se adjunta una Tabla de equivalencias y datos útiles para una variada cantidad de magnitudes y que resulta interesantes que los alumnos vayan teniendo a disposición a medida que avanzan en los ciclos.

Siempre que sea posible se ha de pedir a los alumnos que estimen los resultados de sus mediciones antes de efectuarlas y, luego de hacerlo, comparen los resultados entre lo obtenido y sus estimaciones

Problemas

Problemas de Longitud

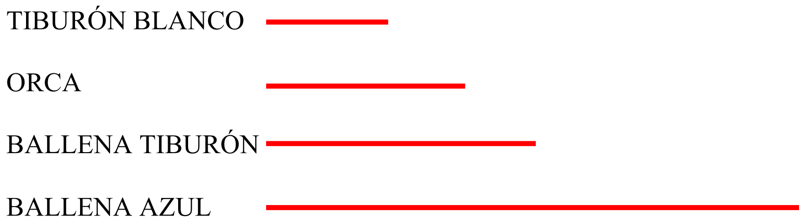
1. A los niños les gusta jugar arrojando sus bolsas de arena al aire. Con ello pueden determinar quien la arroja más alto, sin tener en cuenta desde donde la arroja cada alumno, lo cual es necesario hacérselos notar. Si en cambio situamos a los alumnos frente a una línea de largada y hacemos que arrojen sus bolsitas o deslicen sus autitos podremos hacerles ver claramente quien llegó más lejos (quien arrojó la bolsita o deslizó el auto a mayor distancia) hecho que es posible discutir y comprobar utilizando pasos, palmos, varas, reglas, etc. Es posible que de esta tarea surja la necesidad de submúltiplos de la unidad tomada para obtener mayor precisión en las medidas.
2. Estima objetos que miden un centímetro/ un decímetro/ un metro (no olvides comenzar por tu propio cuerpo) y compruébalo (Pista: internalizar unidades)
3. Para mejorar la captación de longitudes se sugiere la siguiente actividad: Cada pareja de alumnos recibe una cinta de cartulina de un metro donde de un lado están marcados los centímetros y decímetros mientras que el otro lado está en blanco. Uno de los alumnos (A) sostiene la cinta con la escala hacia él, pinzándola con sus dedos en dos puntos a elección. El compañero (B), de cara al lado en blanco de la cinta, deberá estimar la distancia que media entre los puntos señalados. A podrá dar pistas a B acerca de su primera estimación ("demasiado corta/larga") para que la revise. Anota en cada caso tus estimaciones y el valor de lectura en el metro. ¿Mejoras con el ejercicio?.
4. El maestro, luego de hacer observar los inconvenientes de medir longitudes mayores (zócalo del aula, largo del pizarrón, altura de los alumnos, etc.) con la reglas escolares de 20 ó 30cm, propone a sus alumnos "En grupos de dos, construyan con estas bandas de cartulina que les doy (sin graduación alguna) un metro idéntico al que tengo (que sí está graduado en cm y dm). Tendrán dos metros de modelo: uno pegado en el pizarrón y el otro en mi escritorio. No pueden llevarse estos metros (ni traer las bandas), pero pueden extraer de ellos todas las informaciones que consideren necesarias. Una vez terminado de construir su metro, deben llevarlo y compararlo con los patrones para ver si lo han hecho bien".(Pista: el metro construído por partes conocidas por los alumnos, uso de la regla escolar).
5. ¿Qué sendero es mayor? Conviene dibujar diferentes trayectos (rectos, quebrados, curvos) entre dos puntos en el piso o en cartulina de gran tamaño, así los niños pueden trabajar en equipo y discutir sus descubrimientos y acciones.



Este problema puede complejizarse pidiéndole a los alumnos que describan con palabras trayectos no lineales (lo que va a implicar el uso de medidas angulares, pueden ser en términos de giros, cuartos, media vuelta… o de grados) o que los dibujen de acuerdo a instrucciones dadas.

6. Tienes que pasar el escritorio de la maestra por la puerta ¿puedes hacerlo?. Justifica tu respuesta. Se puede complejizar el problema preguntando qué se deberá tener en cuenta para trasladar un espejo o un cartel en un ascensor (Acá se hace necesario la consideración de ambas dimensiones ya que el ascensor tiene una profundidad limitada).

7. A partir de los datos indicados y sabiendo que el largo del tiburón blanco es de aproximadamente 6 m ¿Cuánto miden los animales restantes? (Pista: primero hacer estimaciones desde la comparación visual de las longitudes de los segmentos dados, comprobar mediante la proporcionalidad)



8. Juan mide la longitud de una mesa con una cinta y obtiene 16 como medida. Inés mide la longitud de la misma mesa con una varilla y obtiene 40 como medida.
   (a) ¿Cuál es la medida de la varilla tomando como unidad la cinta?
   (b) Si el ancho de la mesa, que es la mitad de su largo, es de 1,20 metros. ¿Cuánto mide la varilla? ¿Y la cinta?
   (c) ¿Con qué tipo de unidades se trabaja en este problema? Explicar y ejemplificar.(Pista: establecer equivalencias entre unidades no convencionales; comparar la medida en función de la unidad)

9. **a)** Dos corredores corren una carrera por dos pistas circulares concéntricas de radios 40 m y 41 m respectivamente (de modo que el corredor de la pista interior la recorre completa). ¿Cuánta ventaja ha de dársele al corredor de la pista exterior para que ambos participantes recorran igual distancia? (Pista: La ventaja depende solamente de la distancia que media entre las pistas y no del radio de los círculos, como se podría pensar).
   Prueba tu resultado dando diversos valores a r y R.

   b) Si la pista es circular y posee 4 líneas, cada una de 1m de ancho. ¿Cuál es la ventaja que debe otorgársele al corredor de la línea 2 con respecto al de la línea 1; al de la línea 3 con respecto al de la línea 2 y al de la línea 4 con respecto al de la línea 3?. (Rta.: 2π metros en cada caso. Tampoco aquí es necesario conocer el radio de las líneas).

   c) Propongamos dos pistas cuadradas, una mayor que la otra y cada una con dos líneas de recorrido separadas por 1 m de distancia (figura 2). ¿Qué ventaja deberá llevar el corredor de la línea exterior?
   Prueba con otra pista más grande (figura 3)¿A qué conclusión arribas? (Rta. Se observa que es en los vértices donde se produce la diferencia y sea cual fuere el tamaño de la pista para la diferencia de 1m la ventaja del corredor exterior debe ser de 8m.)

   d) Si se diagrama una pista como la de la figura 4 siendo su perímetro de 500m.¿Qué largo deberían tener los lados rectos? (Rta. $x + \pi.40$)
   ¿Qué ventaja debería dársele a los corredores en las distintas líneas? (Rta. 2π metros, ya que los corredores han de tener ventaja sólo en las curvas, no en los lados rectos).

e) En una carrera de 1000 m se ha diseñado una pista como la de la figura 4. Para evitar choques los dos equipos usaron las líneas 1 y 3. ¿Qué ventaja debería ser permitida para los que corren por la pista 3? (Rta.: 4 π metros, aproximadamente 12m)

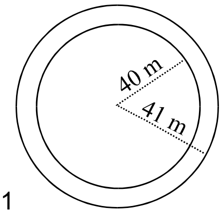


Figura 1

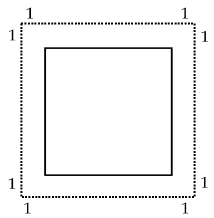


Figura 2

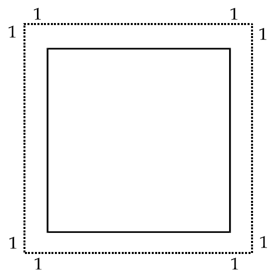


Figura 3

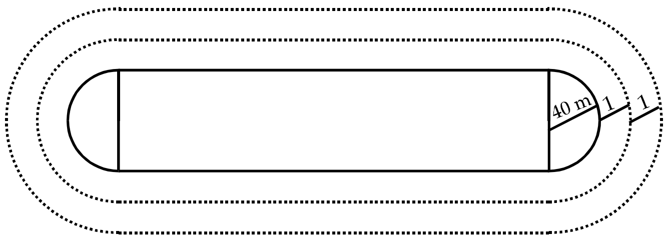


Figura 4

Masa y peso

10. Ordena los siguientes objetos (por ejemplo, un lápiz, una goma, una lapicera, un crayons) según su masa
Objetivo: Tomar conciencia de la necesidad de los instrumentos de medida.
Material: Balanza de dos platillos sin pesas patrón/ Cuatro objetos A, B, C y D de masa parecida/ Tabla de comparaciones.
Procedimiento:

- Grupos de tres alumnos. Por medio del tacto se ordenan los objetos del que tiene menos masa al que tiene más.
- Se anotan los resultados; 1°: ; 2°: ; 3°: ; 4°:
- Comprobación: se van comparando con la balanza los objetos y se colocan los resultados en la siguiente tabla:

	Procedimiento	Resultado	Conclusión
1ª comparación	Objeto… en un platillo y objeto … en el otro	La balanza se inclina hacia…	…. tiene más masa que…
2ª comparación	….	….	….

Deberán efectuarse las comparaciones necesarias para asegurar el orden de las piezas según su masa. Resultado de la comparación con la balanza: 1°: ; 2°: ; 3°: ; 4° ;

11. Mucha gente se saca los zapatos para pesarse. Encuentra tu peso con y sin zapatos. ¿Qué diferencia obtienes? ¿Y si te sacas la campera y el buzo? ¿Y si te sacas la campera, el buzo y la gorra? ¿Qué has descubierto? (Pista: discusión sobre la precisión con que mide la balanza donde se pesan las personas)

12. Pon una esponja seca en un platillo de la balanza y equilibra la misma con cubitos o clavos o crayons, etc. ¿Cuántos elementos has usado?. Ahora sumerge la esponja en agua y repite la operación ¿ Cuándo pesa más la esponja? ¿Por qué? ¿Qué significa la diferencia de peso?. Trata de investigar qué es más pesado: una planta antes o después de regada; la nieve o el hielo antes o después de derretirse; el huevo antes o después de su cocimiento?. Piensa otras actividades que ocasionen cambios en el peso de un objeto.(Pista: constatar diferencias de peso, transformaciones que alteran o no la conservación del peso)

13. Las frutas y vegetales a menudo se venden por kilogramos. Sopesa una naranja o una manzana. ¿Cuántas entrarán en un kilogramo?. Constata con una balanza. Ahora corta el kilogramo de frutas en diferentes partes? ¿Seguirán pesando un kilogramo?. Haz una lista de frutas y verduras que se vendan según su peso.(Pista: transformaciones que no alteran la conservación de la masa/peso)

14. a Las abejas obreras colectan néctar de las flores haciendo alrededor de 1600 viajes de aproximadamente de 3.2 km. cada uno para producir 28 g. de miel. Si una abeja recolectara néctar mientras recorre una distancia equivalente a la de la Tierra - Luna (380 000km), ¿cuánta miel produciría? (Rta.: aproximadamente 2.1 kg.).

    b La abeja reina pone alrededor de 2000 huevos por día y su comida diaria debe ser alrededor de 80 veces su peso para permanecer viva. Si un estudiante como vos comiera en la misma proporción ¿cuánta comida consumiría en un día? ¿y en un mes?

    c. Elabore preguntas a partir de estos datos:
    Para producir un panal de una libra de miel las abejas deben recolectar polen de alrededor de 2000000 de flores… (Pista: comparaciones numéricas en distintos órdenes de magnitud)

Capacidad

15. Determinar estimando qué objetos (y cuántos) del aula caben en uno dado. Comprobar

16. Buscar en el supermercado objetos de igual capacidad pero de distinta forma haciendo una lista de ellos (Ejemplos: baldes y palanganas, cajas, botellas, etc.). (Pista: objetos de distinta forma pueden tener la misma capacidad)

17. Estimar cuántas cucharadas de agua soperas/ de té/ de café completan un vaso. Anotar las estimaciones y comprobar cuál es la más próxima a la realidad. (Pista: internalizar unidades de uso común)

18. ¿Caben 25 l de agua en un cubo que tiene 30 cm de arista? (Pista: relación litro-cm^3-dm^3)

19. Materiales: una botella de 2 litros llena de agua, una jarra de un litro, un cubo de 10cm de arista, una sartén o lata que pueda contener al cubo, una balanza que pueda medir 1 kg.
    Por grupos:
    - Medir la jarra vacía y registrar el resultado.
    - Medir el largo, ancho y profundidad del interior del cubo.
    - Llene con agua de la botella el cubo poniendo debajo la sartén o la lata para evitar derrames de agua.
    - Vacíe el cubo dentro de la jarra.
    - Vuelque el resto del agua en el cubo.
    - Registre el número de litros que contiene el cubo. ¿Qué acontece con la jarra?
    - Pese la jarra con el agua y registre el resultado. Sustraiga el peso de la jarra vacía ¿Cuánto pesa entonces 1 litro de agua?

    En general, registrar las equivalencias obtenidas entre cm, dm, litros y kilogramos. (Pista: relación peso-capacidad-volumen)

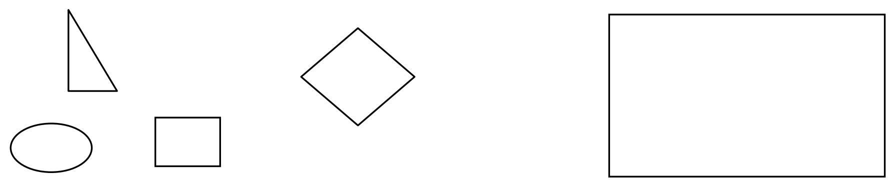
20. Gradúe, estimando, una botella de un litro y medio con una escala que marque los litros, decilitros y centilitros. Compruebe con una jarra graduada si su trabajo ha sido correcto ¿Fue lo suficientemente preciso?

21. a) ¿Cuántas gotas son necesarias para obtener, aproximadamente, 1 cl?
b) En 10 cm^3, ¿cuántas gotas aproximadamente hay?
c) Nombrar por lo menos tres objetos que tengan la capacidad de: **c_1)** 1dl **c_2)** 1 cl
d) ¿Qué magnitud trabaja en este problema? Nombrar por lo menos tres unidades no convencionales de la magnitud trabajada.

22. Conseguir una variedad de envases de Coca Cola. ¿Cuál resulta el más económico y por qué?. (Pista: ¿siempre el tamaño mayor es más barato?)

Superficie. Relación perímetro-área

23. Comparación de áreas de distintas figuras (Se darán figuras o recortes de formas regulares e irregulares, congruentes, semejantes y no semejantes, de manera que los alumnos puedan hacer estimaciones visuales y comprobaciones por comparación directa, reconociendo inclusiones y compensaciones a través de la yuxtaposición de las figuras y distinguiendo la forma del área, es decir que formas iguales pueden tener áreas distintas y viceversa).
24. Se presentan superficies dibujadas en rejillas (papel cuadriculado) o en papel punteado y se solicita a los alumnos que calculen sus áreas (las formas pueden ser poligonales sencillas en principio y más complejas o curvas en los años superiores) (Pista: estrategias variadas de estimación y aproximación; para una misma figura unidades más pequeñas implican medida mayor).
25. Mide el área del siguiente rectángulo utilizando como unidades las figuras dadas:



a) Expresa el valor del área en cada unidad.
b) ¿Por qué obtienes valores distintos?
c) ¿Existe alguna relación entre las unidades dadas y los valores de área obtenidos? (Pista: aproximación a la medida por distintas estrategias; unidades más pequeñas, medida mayor; equivalencia entre unidades)

26. Se pide a los alumnos que estimen y calculen el área de formas poligonales de distinta complejidad y no poligonales (por ejemplo, la planta de su pie) brindándole materiales diversos: lentejas, porotos, papel con cuadriculados de distinto tamaño, tijeras, papel de calcar, reglas, etc. Esta actividad, que puede ser comenzada en primer ciclo, puede ser dada en los restantes incorporándose posibilidades de solución según el año en que se dé, teniendo en cuenta, por ejemplo: la conveniencia de unidades, los criterios de cubrimiento, la descomposición y composición de áreas, la precisión que permiten unidades más pequeñas, la posibilidad de partir las superficies en figuras de áreas fácilmente calculables.
27. Toma un papel glacé. Córtalo en partes y arma con ellas otras figuras contorneándolas en una hoja de papel. (Debes usar todas las partes en cada caso) ¿Cuál es la figura de mayor perímetro que puedes obtener? ¿Y la de perímetro menor? ¿Qué poseen en común todas las figuras que has contorneado? ¿En qué cambian?.

28. ¿Cuál es el área aproximada de tu mano?. Primero estímala y luego selecciona por lo menos tres estrategias para calcularla. ¿En que caso la medición fue más precisa?¿Qué error has cometido al estimar?. Recuerda que un buen cálculo no puede tener más del 10% de error.
¿Cómo será el resultado si calculas el área con los dedos abiertos y con los dedos juntos? (Pista: conservación del área

29.Trabaja con cuatro compañeros. Dado un hilo inextensible (elígelo bastante largo para trabajar cómodamente), mide su longitud, anúdalo por los extremos y determina una serie de por lo menos 5 rectángulos completando un cuadro como el siguiente:

RECTÁNGULO	**BASE (cm)**	**ALTURA (cm)**	**PERÍMETRO (cm)**	**ÁREA(cm^2)**
MNPQ	10	80	360	4000
ABCD	30	150	360	4500

¿Qué observas entre la base y la altura? ¿Y entre el perímetro y el área?. Explícalo con tus palabras.
¿En qué caso el área es máxima?.

30. Material: 24 cuadrados de lado igual a la unidad.
Consigna:
- Con los 24 cuadrados, formen todos los rectángulos posibles.
- Vayan anotando los resultados en una hoja.
- Organicen la información en una tabla:
- Analiza la relación largo-ancho; largo-ancho-perímetro; largo-ancho-área, perímetro-área y elabora conjeturas al respecto.

Familia de rectángulos

Largo (unidad: lado^2)	**Ancho**	**Perímetro**	**Area**
24 12	1 2	50 …	24 …

(En segundo y tercer ciclos se puede trabajar la proporcionalidad x.y = área constante con gráficos y tablas)

31. Suponga que usted ama la pizza, pero conoce sus límites cuando va a comprarla. Ud sabe que puede comer saludablemente 36cm^2 de la super especial sin enfermarse. Sin embargo, lo que a usted más le gusta es la salsa y no la masa de los bordes. Ud. puede elegir tres formas diferentes de pizza: triangular, cuadrada o redonda ¿Cuál elegiría atendiendo a sus gustos?. Justifique su respuesta.(Pista: primero estimar y luego usar fórmulas para comprobar). Rta: La circular contendrá el área deseada y el mínimo perímetro)

32. Se tiene un papel cuadrado ¿Cuál es el mayor cubo que se puede envolver con el mismo sin cortarlo?
¿Qué área tiene cada cara de los cubos posibles de envolver, suponiendo que el papel tiene 10 cm de lado? (Pista: colocar un cubo en distintas posiciones respecto de los lados del papel e intentar cubrirlo). Rta.:si colocamos al cubo con las aristas paralelas a los lados del papel el área es de 6 /16 del papel dado; si colocamos al cubo en diagonal, de manera que las aristas formen ángulos de 45º con los lados del papel, el área es de 12/16 del papel dado.

33. Se sabe que para embaldosar un patio rectangular se usaron 175 baldosas de 20 dm^2 c/u.
a) ¿Cuántas baldosas cuadradas de 50 cm de lado harán falta? (Rta: aproximadamente 7000, pero depende de si puedo cortar o no baldosas en los bordes)
b) Suponiendo que cada lado del patio mide un número entero de metros. ¿Cuáles podrían ser sus dimensiones para no cortar baldosas? (Pista: hacer una tabla considerando las dos dimensiones posibles para el área dada en relación con el lado de la baldosa. Por ejemplo, un rectángulo posible es el de 1000cm x 350cm, porque ambas dimensiones son múltiplos de 50)

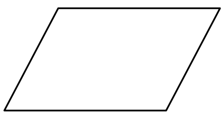
34. De una cartulina de 1,32 m por 0,98 m se quieren cortar tarjetas de 15 cm por 12 cm. Un operario transporta los segmentos de 15 cm sobre el lado de 1,32 m y los segmentos de 12 cm sobre el otro lado. Otro operario, en cambio, transporta los segmentos de 12 cm sobre el lado de 1,32 m y los segmentos de 15 cm sobre el otro lado.
a) ¿Cuántas tarjetas obtiene cada operario de la cartulina? Hacer un dibujo aproximado que muestre la situación.
b) Un chico que observaba dijo: "Yo puedo calcular el número de tarjetas dividiendo la superficie de la cartulina por la superficie de la tarjeta", ¿Es correcto el razonamiento? ¿Sí? ¿No? ¿Por qué?
(Pista: Se relaciona con estrategias del problema anterior)

35. Completar con siempre, a veces, nunca según corresponda. Explicar la respuesta.
a) Si dos figuras tienen la misma área,……………tienen el mismo perímetro.
b) Si dos figuras tienen el mismo perímetro,…… tienen la misma área.
c) Si dos figuras son congruentes,……………….. tienen la misma área.
d) Si dos figuras tienen la misma área,………………son congruentes.
e) Si dos figuras tienen el mismo perímetro,…………….son congruentes.
f) Si dos figuras son congruentes,………………tienen en mismo perímetro.(Pista: uso de contraejemplos, definiciones y condiciones necesarias y suficientes)

36. Dibujar en papel cuadriculado 4 superficies distintas que tengan como área 1 cm^2.(Entre ellas debe haber por lo menos un triángulo).
b) Dibujar 4 superficies distintas de área ½ cm^2. (Que al menos una sea un triángulo).
c) Dibujar 4 superficies distintas de área ¼ cm^2. (Que al menos una sea un triángulo). (Con este ejercicio los alumnos deben apreciar que la forma de las unidades no debe ser homogénea, que existen otras formas de área igual a un cm^2 además del cuadrado de un cm de lado)
d) Vuelve a hacer lo mismo con un decímetro cuadrado. (Pista: distintas formas pueden tener un cm cuadrado de área)

37. Dado el siguiente rectángulo transformarlo en un paralelogramo, un triángulo y un trapecio de área equivalente. ¿En qué caso el perímetro es mayor?

38. Dado el siguiente paralelogramo dibuja un rectángulo de igual área. Indica cómo lo haces. ¿Qué pasa con sus perímetros



(Pista: existen recursos de diferente nivel: cortar y pegar o aplicar una traslación trabajando con equivalencia de figuras (recursos geométricos) o determinar el área del paralelogramo y construir un rectángulo de área igual. Para contestar la pregunta conviene referirse a los distintos procedimientos)

39. Si la longitud del lado de un cuadrado se duplica.

a) ¿Qué sucede con el perímetro? Explicar.
b) ¿Qué sucede con el área? Explicar.
Las mismas preguntas si la longitud del lado se triplica. Rta.: El perímetro se duplica, pero el área se cuadruplica.

40. Si se multiplica la base o la altura de un rectángulo por un número real positivo k el área queda multiplicada por el mismo número. Justifique esta afirmación ¿Cómo se aprecia esto en los gráficos de las áreas en función de las bases (alturas) multiplicadas?. ¿Qué acontece si se multiplican ambas dimensiones por un mismo número positivo? (Rta.: El área queda multiplicada por k^2) ¿Y si los números con que se multiplican la altura y la base son distintas? (Rta.: El área queda multiplicada por k x k')
Si k y k' están entre 0 y 1 ¿Cómo resulta el nuevo rectángulo respecto del original? (Rta: Menor).

41. Si el lado de un cuadrado crece en un 20% ¿cómo lo hace su perímetro? ¿Y sus diagonales? ¿Y su área?.

42. De todos los polígonos regulares de área igual a 1 determinar el de menor perímetro. (Santaló, La geometría en la formación de profesores. Pág. 82)

43. Si tienes mesas cuadradas en tu sala de banquetes es conveniente que pienses en cómo distribuirlas para obtener mayor eficiencia y conformar a tus clientes.Sabes que en una mesa puedes ubicar 4 personas. Si tienes 2 mesas las juntas por un lado y ubicas 6; si tienes 3 mesas con el mismo criterio de unir cada dos mesas por un lado ubicas 8. Sin embargo en muchas ocasiones los comensales quieren estar más cerca para poder conversar y admiten que las mesas se junten tanto como sea posible, es decir por más de un lado. Ese es otro criterio.Piensa en el número de comensales que podrás ubicar si usas el primer criterio o el segundo. Ordena sus resultados en la siguiente tabla:

número de mesas	**nro de comensales (1er. crit)**	**Nro. de comensales (2do. crit)**
1		
2		
3		
….		
N		

a). Si tomamos en cuenta el perímetro y el área que tienen los distintos arreglos ¿Qué puedes decir al respecto analizando cada fila de la tabla? (Tomemos como unidad cada lado y cada mesa respectivamente)

b).¿Podrías dar una fórmula para calcular el perímetro máximo para un número cualquiera de mesas? (Rta.: 4 x número de mesas - 2 x número de contactos)

Volumen

44. Construye dos edificios con un número igual de cubos idénticos. ¿En que se diferencian y en qué se parecen estos edificios?
45. Construye tres edificios con un número diferente de cubos idénticos y determina el orden de tamaño de los mismos justificando tu respuesta.
46. Construir cuerpos geométricos sencillos a través del plegado y/o recortado de patrones dados (esto contribuirá a la idea de volumen y a su distinción de la superficie del cuerpo).
47. Colocar un balde lleno de agua hasta el borde sobre una palangana. Sumergir en el balde objetos de igual forma pero de diferente material (por ejemplo: hierro-madera) y comparar sus volúmenes a partir de la recolección del agua desplazada. (Los cuerpos deben quedar totalmente sumergidos)
48. ¿Cuántos ladrillos como éste (se presenta un ladrillo común) serán necesarios para construir esta pared? Estima primero y justifica tu estrategia de estimación.
49. Estima el volumen de tu cuerpo representándolo con cubos (busca cubos de tamaño conveniente)
50. Se pide a los alumnos que estimen y calculen el volumen de cuerpos de distinta complejidad (por ejemplo, cajas de té, de arroz, latas de tomates, envases de leche, jugos, cajas de embalar, etc.) brindándole materiales diversos: cubos de distintos tamaños, garbanzos, ladrillitos, bolitas, papel con cuadriculados de distinto tamaño, tijeras, reglas, etc. Esta actividad, que puede ser comenzada en primer ciclo, puede ser dada en los restantes observándose y promoviéndose distintas estrategias de solución de acuerdo a las posibilidades de los alumnos, teniendo en cuenta, por ejemplo: la conveniencia de unidades, los criterios de cubrimiento, la descomposición y composición de volúmenes, la precisión que permiten unidades más pequeñas, la posibilidad de partir los volúmenes en otros fácilmente calculables.
51. Toma dos hojas de papel idénticas. Forma con ellas dos superficies cilíndricas, una a partir de su ancho y otra a partir de su largo. Supón que tienen base. ¿Cuál encerraría mayor cantidad de líquido?. Estima primero y luego comprueba tu estimación tratando de no hacer cuentas. (Este problema puede resolverse con distintas estrategias, antes de recurrir a la fórmula de volumen de un cilindro) (Pista: permitir anticipar y corroborar las estimaciones por distintas estrategias: trasvasamiento, comparación de bases y alturas, pesando los cilindros con agua o polenta, aplicaciones de fórmulas) Rta.: El cilindro más chato posee un volumen superior.
52. ¿Qué número se aproxima más a un huevo de gallina común?
    a) $7cm^3$ b) $70cm^3$ c) $700cm^3$ d) $0.07cm^3$ e) $0.7cm^3$ (Conjetura y comprueba)

53. Supongan que tienen 24 cubitos de 1 cm^3 cada uno.
    a) Dibujen en el papel punteado que les entrego todos los prismas rectos rectangulares posibles usando cada vez todos los cubitos.
    b) Anotar con números todas las soluciones encontradas. ¿Cuántas posibilidades hay? (Rta.: 6 posibilidades)
    c) Y si el número de cubos es 32. ¿Cuántas posibilidades hay? (Rta.: 5 posibilidades)
    d) La misma pregunta para 36 cubitos y para 40 cubitos.(Rta. : 8 y 6 posibilidades respectivamente)
    e) Es posible encontrar un número de cubitos para el cual exista una única posibilidad de disponerlos? (Rta.: un número primo de cubitos) (Pista: relacionar con el número de divisores de la cantidad de cubitos dada)

54. Si me lo imagino puedo contestar…
Tengan en cuenta que cuando dice 1 unidad se refiere a 1 cm.
Ana: - Mi caja es un cubo y tiene dos unidades de arista.
Juan: - La mía tiene una unidad de arista.
José: - Mi caja es del mismo alto y ancho que la de Juan, y su longitud es el doble.

a) Averigüen cuántas cajas como las de Ana, Juan y José entran en un dm^3 tomando cajas iguales cada vez.
Inés: - Yo puedo decir que en un dm^3 entran 400 cajas de las mías.
b) ¿Puedes imaginarte sus dimensiones? (dar dos respuestas).
c) ¿Qué magnitud se trabaja? Nombra por lo menos 3 unidades no convencionales.

55. Considera tres cubos : A B C . Las aristas de A miden 1 m cada una. Las de B miden ½ m cada una y las de C ¼ m cada una.
a) ¿Cuál es el volumen en m^3 de cada uno de ellos?
b) ¿Cuántas veces un cubo como B cabe en A? ¿Y un cubo como C en A?
c) Calcula el área de cada cubo.
d) ¿Cuántas veces más grande es el área de A en relación al B? ¿Y a C?

56. Debes cambiar el tanque de agua de tu casa. El negocio de materiales te ofrece tanques de igual altura, igual perímetro de base y de 4 formas distintas para que elijas: cilíndrica, cúbica, prismática cuadrangular y prismática exagonal. Para tu conveniencia es necesario que selecciones de ellos el tanque que puede contener mayor cantidad de agua. Sin hacer cálculo alguno por cuál optarías?. Explica el por qué de tu elección. (Rta.: el cilindro, lo cual coincide con lo que pasa en la realidad).

Dinero

57. De cuántas formas distintas puedes abonar: $3, 75; $10, 40; $1,50; $117,05… (Pista: se puede utilizar una tabla para organizar tus respuestas. Las canttidades dependerán del ciclo en que se trabaje. Los alumnos pueden disponer o no de billetes y monedas fotocopiados para realizar sus combinaciones)

58. Analizar la evolución de la moneda argentina desde 1970 a nuestros días.

Las cuatro reformas monetarias a partir de 1970				
Equivalencias entre las distintas monedas				
Un peso	**Un austral**	**Un peso argentino**	**Un peso ley 18188**	**m$n**
1 peso	10 000	10 000 000	100 000 000 000	10.000.000.000.000
1 austral 1/10 000		1.000	10 000 000	1.000.000.000
1 peso argentino 1/10 000 000	1/1000		10 000	1.000.000
1 peso ley 18188 1/100 000 000 000	1/10 000 000	1/ 10 000		100
1 peso moneda nacional 1/10 000 000 000 000	1/1000 000 000	1/1000000	1/100	
Fuente: Boletín Informativo Techint Nº 262				

(Extraído del Diario: La Opinión. Pergamino. 2 de enero de 1992)

59. Buenas tardes- saluda Eleonora a la empleada de la librería-. Necesito goma de pegar.

- Tenemos ésta por $1 y esta otra más barata por 80 centavos.

Eleonora se da cuenta de que los frasquitos no son de igual tamaño. Los agarra y lee en el envase: el primero contiene 30 ml de goma de pegar y el segundo contiene sólo 20 ml.
Mientras la empleada atiende a otro cliente, se queda pensando cuál sería una manera inteligente de comparar los precios de los dos envases conteniendo distinta cantidad. Decide:

- Me llevo el de $1 porque es más barato.

¿Qué pensó Eleonora? ¿Por qué dice que es más barato?
¿Elegirías lo mismo?
Si el segundo frasquito costara 80 centavos pero contuviera 25 ml, ¿cuál elegirías? (Pista: existen variadas estrategias para comparar.
60.Un comerciante, al que llamaremos A, marca el precio de venta de todos sus artículos añadiendo el 25% al precio que le cuestan. Otro comerciante, al que llamaremos B, gana también en cada una de sus ventas el 25%, pero en este caso del precio de venta.
Suponemos que en un determinado año los dos comerciantes A y B han tenido un mismo volumen de ventas, y también han coincidido para ambos los gastos generales (impuestos, personal, alquileres,…) ¿Cuál de los dos ha ganado más dinero?

60. Un negocio de electrodomésticos nos hace un trato muy especial: nos descuenta el 20%. El otro día compramos un lavarropas. A la hora de pagar nos preguntaron si preferíamos que sumaran primero el IVA (como saben es del 21%) y después descontaran el 20%, o bien que hicieran al revés, es decir, que primero nos hicieran el descuento del 20% y a lo que resultara le sumaran el 21% del IVA. No supimos qué responder. Pero se nos ocurrió una solución. Hicimos las cuentas en los dos casos y salía que teníamos que pagar lo mismo, con lo cual le dijimos que hicieran como quisieran.
Pero después pensamos un poco más. Y no estamos seguros si sólo pasa con el precio del lavarropas o es algo que ocurre siempre; por eso te lo preguntamos. Tenemos una cantidad de dinero C, y primero le sumamos el 15% y al resultado le restamos el 20% de lo que resulte. Ahora a la cantidad C le restamos el 20% y al resultado le sumamos el 15% de lo que resulte. El resultado que obtenemos: ¿es el mismo en los dos casos? Y, más general todavía, si en vez del 15% y del 20% son dos porcentajes cualesquiera, ¿el resultado es también el mismo? Puedes probar en algunos casos para encontrar tu respuesta, pero se trata de que encuentren razones que sirvan para todos los casos lo que se puede llamar demostrar un resultado.

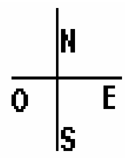
Amplitud Angular

61. ¿Con qué ángulo se mueve la muñeca? . Haga una marca en la parte inferior de una hoja de papel. Coloque su brazo y mano en un mismo plano y apoye la mano con los dedos juntos sobre el papel haciendo coincidir la marca con la muñeca. Mueva su muñeca hacia la derecha tanto como pueda sin mover su brazo. Haga una marca hasta donde llegó el extremo de su dedo medio. Haga lo mismo hacia la izquierda. Una las marcas de los dedos con la inicial ¿Sus dos manos poseen la misma capacidad de movimiento?

62. Trabaje ahora sólo con la mano izquierda. Coloque una marca (además de la inicial trazada en el papel) sobre el extremo del dedo medio cuando la mano está alineada con el brazo. Luego mueva su muñeca a izquierda y haga otra marca. Vuelva al centro y mueva su muñeca a la derecha y marque. Ahora una estas marcas con la inicial de la muñeca. ¿Qué amplitud poseen los ángulos obtenidos?
Haga una tabla con las medidas a derecha y a izquierda de todos los alumnos de la clase. Describa los resultados. Haga el promedio. Calcule la mediana y la moda. ¿Qué le dicen estos datos?
¿Las personas más grandes pueden obtener ángulos más grandes?
¿Por qué será interesante estudiar la amplitud de este movimiento? ¿Qué pasará con su mano derecha? (Rtas.: aproximadamente 45º y 33º, si bien las mediciones pueden variar ya que los rangos suelen oscilar entre 24º y 40º hacia la derecha y 30º y 50º hacia la izquierda; es simétrica luego se invierten los ángulos; importa por ejemplo para la confección de tableros,

como los de las computadoras. Cuanto se tipea sobre un tablero de computadora, las manos deberían descansar sobre las teclas. En orden a encontrar todas las teclas, las manos deben rotar a los lados. Si usted tipea durante mucho tiempo, la posición en que ubica sus manos sobre el teclado le puede causar malestar en las manos, muñecas o antebrazos).

63. *El radar*
El radar es un sistema electrónico que permite identificar objetos que están fuera del alcance de la vista. Aunque en sus inicios fue un instrumento pensado para la guerra, actualmente se usa para guiar barcos, controlar el tránsito aéreo y detectar fenómenos atmosféricos.
Para dibujar la pantalla de un radar puedes hacer lo siguiente:



a) *Dibuja dos rectas perpendiculares y nombra sobre ellas los cuatro puntos cardinales:*
b) *Con centro en el punto de intersección de las dos rectas, dibuja cinco círculos concéntricos tal que: el radio de C_1 sea de 1cm, el de C_2 de 2 cm, el de C_3 de 3 cm, el de C_4 de 4 cm y el de C_5 de 5 cm.*
c) *Divide los 360 ° en 36 partes iguales ubicando el 0 en el eje donde está el Norte y girando luego en el sentido de las agujas del reloj.*

Para ubicar un objeto, se toma en cuenta la distancia al centro, en km.(de 1 a 5), y la amplitud del ángulo , siguiendo el sentido de las agujas del reloj a partir del Norte.

1. Ubica dos aviones en tu radar de acuerdo a las siguientes instrucciones: A(4,110) y B(3,150).
2. Ubica la posición de un tercer avión que se encuentra en el ángulo tres veces mayor que el del avión A y a igual distancia de éste con respecto al centro.
3. ¿Cómo clasificarías el ángulo del avión C?
4. El operador del radar comunica a la torre de control la posición del avión C: Radar a torre de control, avión de tamaño reducido se acerca en ángulo adyacente al comunicado para el avión B.
   ¿Es correcta la descripción del operador? ¿Por qué?
5. Se detecta otro avión que los operadores ubicaron en la mitad del ángulo correspondiente al avión A y a igual distancia que éste del centro. Ubica gráficamente el avión D. (si es necesario, usa el compás).
6. Para ordenar el tránsito aéreo, la torre ordena a los aviones cambiar de posición:
   El avión A debe avanzar hacia el oeste 75º.
   El avión B debe dirigirse hacia el norte 65º.
   El avión C debe retroceder en un ángulo igual a la mitad de un ángulo recto.
   Manos a la obra con el compás! Ubica la nueva posición de los aviones en el radar.
   ¿Qué avión de estos tres, quedó más cerca de D?

Los operadores de radar se turnan para el correcto control del tránsito aéreo. Han llegado al siguiente acuerdo:
- El primer operador trabaja desde las 10 hs. 45 min. hasta las 15 hs. 5 min.
- El segundo operador entra cuando sale el primero y se retira a las 19 hs. 55 min.

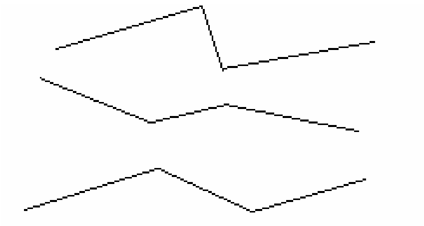
7. ¿Cuánto dura cada turno?
8. ¿En cuántos segundos supera el turno más extenso al otro?
9. ¿Qué cantidad de horas trabajaron entre los dos operadores? ¿Más o menos que mediodía?
10. El tercer operador, cuyo turno dura el triple que el primero, cobra 13 horas diarias. ¿Es correcto el cálculo de la empresa? ¿Por qué?
11. Entre los tres turnos, ¿Completan las 24 hs. del día o habrá un cuarto operador?

64. Expresa en grados sexagesimales el ángulo que giras cuando:

- **a.** Miras hacia el sur y rotas en sentido horario hasta mirar hacia el oeste;
- **b.** Miras hacia el sur y rotas en sentido antihorario hasta mirar hacia el oeste;
- **c.** Miras hacia el norte y rotas en sentido horario hasta mirar hacia el noreste;
- **d.** Miras hacia el norte y rotas en sentido antihorario hasta mirar hacia el noroeste;
- **e.** Miras hacia el norte y giras a la izquierda tres cuartos de vuelta.
- **f.** Miras hacia el sur y giras a la derecha media vuelta.

65. Dibuja un esquema de cada una de las trayectorias que describimos a continuación, toma el norte como lado inicial para comenzar el recorrido, y considera los ángulos orientados en el sentido de las agujas del reloj. Usa una escala de modo que 1 cm represente 1 m.
a) Recorrer 10 metros en una dirección de 120º, girar de modo que la dirección sea de 45º y recorrer 5,5 metros.
b) Recorrer 15 metros en una dirección de 45º, girar y recorrer 15 metros en una dirección de 90º.

66. Describe las siguientes trayectorias. Indica cuáles son los giros realizados en cada trayecto respecto de tu propio cuerpo teniendo en cuenta que al finalizar el recorrido estás en la misma posición inicial (no te diste vuelta). Ten en cuenta que 1cm representa 10m. (Pista: los trazos representan los movimientos en el tiempo)



67. Dibuja distintas figuras y describe qué órdenes deberías darle a una persona que no puede verlas para que camine (o las dibuje) sobre ellas en cada caso. Las figuras pueden ser regulares (cuadrado, triángulo equilátero, pentágono, exágono, etc.) o no regulares. También podrían ser cóncavas.(Pista: atención al vocabulario, al mínimo de instrucciones en base a las condiciones necesarias y suficientes de las figuras dibujadas).

Tiempo

68. Divididos en grupos de tres alumnos, dos mantienen una conversación telefónica y el tercero es el empleado que debe cobrar la llamada.
Discutir de antemano: ¿Cómo se medirá el tiempo? (Pista: tener en cuenta unidades, instrumentos, costo por unidad, forma de pago, etc.).

(Un trabajo análogo se puede realizar con el envío de correspondencia averiguando los costos en el correo).

69. El portero de la escuela entró a trabajar un 1º de marzo de 1980 y se retiró el 31 de enero de 1999 ¿Qué tiempo trabajó?

70. Al director de mi escuela se le hizo una fiesta de despedida. Él comenzó a trabajar el 1º de enero de 1975 y se fue el 31 de diciembre de este año ¿Cuántos años trabajó en mi escuela?

71.Yo tengo dos relojes. Uno atrasa 1 minuto por hora y el otro adelanta 30 seg. por hora. Si les doy cuerda al mismo tiempo poniéndolos a la misma hora ¿cuánto tiempo pasará hasta que un reloj esté exactamente una hora adelantado respecto del otro?

72. En **10 minutos** una persona quema….

25 cal.	**40cal.**	**50cal.**	**60cal.**	**80cal.**
caminando	**Andando en bicicleta**	**patinando**	**Saltando a la soga**	**corriendo**

Selecciona actividades que te permitan quemar las siguientes calorías indicando el tiempo en la o las columnas correspondientes:

	Caminando	**andando en bicicleta**	**patinando**	**saltando a la soga**	**corriendo**
12 a 15 papas fritas (150cal.)					
1 galletita de chocolate (55cal.)					
1/6 de una tarta de manzana (420cal.)					
Una rodaja de tarta de verdura (240cal.)					
15 pochoclos (120cal.)					
10 onzas de gaseosa (110cal.)					

73. ¿Cómo distribuyes tu día?
Indica qué cantidad de tiempo dedicás cada actividad:
Dormir
Aseo personal
Comer
Estudiar
Hacer deportes o juegos
Ver TV/películas
Otras actividades:

Lleva tus datos a un gráfico circular usando porcentajes. (Pista: el círculo representa el entero o 100%)
Comparar los gráficos con los de otros compañeros y notar semejanzas y diferencias.
Hacer el promedio de horas dedicadas a cada ítem sumando por un lado lo contestado por las mujeres y por otro lado los varones. ¿Se notan diferencias en tu aula? ¿Cuáles?

Pulso cardíaco

Objetivo: Conocer un movimiento periódico y sus características.
¿Un ejemplo de movimiento periódico? El corazón. Con esta actividad mediremos el tiempo que transcurre entre dos pulsaciones consecutivas del corazón.
Material:
Observar: funcionamiento de un cronómetro.
movimiento del minutero.
movimiento del segundero.

- Medir el número de pulsaciones por minuto del corazón. Realizar varias veces la medida y hallar el valor medio y los errores.
- Calcular el tiempo que transcurre entre dos pulsaciones del corazón.
- Elegir un compañero de la clase y hacer que corra hasta el patio (o en el patio) por un lapso breve de tiempo. Medirle las pulsaciones antes y después de la carrera.

1. ¿Crees que el movimiento del corazón puede servir para medir el tiempo? Razona la respuesta.
2. Dos personas miden el tiempo que pasa entre dos sucesos. Uno lo hace contando el número de pulsaciones y el otro con un cronómetro, obteniéndose los siguientes resultados: 35 pulsaciones, 25 segundos. Calcula:
a) Número de pulsaciones por minuto.
b) Intervalo entre dos pulsaciones.

75. Diego tardó 2,15 horas para realizar una tarea. Juana, en cambio, tardó 2 h 15 min.
José trabajó entre las 23 h 32 min. de un día y las 2 h 18 min. del día siguiente.
a) ¿Quién empleó más tiempo? ¿Cuánto más? (Pista: no confundir sistema decimal con sexagesimal)
b) ¿Qué magnitud se trabaja en este problema? Dar tres ejemplos de unidades no convencionales de la unidad trabajada. 77.Un reloj eléctrico adelanta 3 minutos cada 4 días.
a) ¿Cuánto adelantará en 28 días?
b) Vuelto a poner en hora, después de un tiempo, observo que adelantó 7 minutos 30 segundos. ¿Cuánto tiempo pasó?
c) Si parto de viaje el 1 de julio a mediodía (puesto el reloj a la hora oficial) y pienso volver el 15 de agosto a mediodía (hora oficial), ¿Qué hora marcará el reloj/

Emprendimientos Matemáticos

Amoblar tu habitación.

(a) Diseña en una caja de zapatos la habitación que te gustaría tener y representa con cajas los muebles que ubicarías en ella (no olvides ubicar las ventanas y puertas).
Grafica en papel cuadriculado la habitación que armaste.

(b) Te has mudado y debes armar tu habitación.
Realiza un plano de la misma o elige uno del material del aula (Por ejemplo, se dan planos de departamentos de los que salen en los diarios y se determina la habitación a amueblar).

(c) Prepara una lista de tus necesidades (cama, mesa de estudio, armarios para la ropa y/o libros, estanterías, sillas, el lugar donde colocar el aparato de música, el sitio para la computadora, etc.)
En cuanto a la colocación de las cosas, tal vez sería conveniente que hagas unos modelos a escala para ver la disposición de los objetos antes de comprarlos. Tendrás que tener en cuenta, por ejemplo, que hace falta que haya espacio en tu habitación para pasar, abrir las puertas, ventanas y armarios, para mover la silla….que es mejor que donde estudies haya buena luz y que entre por la izquierda…

(d) Asimismo, podrías hacer un presupuesto aproximado del costo que implica amueblar tu habitación (para ello se pide que averigüen costos o se traen folletos a la clase).

Este proyecto queda abierto a estudiar las medidas estándares que se utilizan en los muebles y su relación con el cuerpo humano.

Formas de los envases.

Aunque con demasiada frecuencia no seamos conscientes de ello, a lo largo de cada uno de los días de nuestra vida utilizamos una gran cantidad de productos que vienen envasados. Las tareas de esta actividad van encaminadas a que los alumnos se den cuenta de la cantidad de envases que se utilizan, de la forma que tienen los mismos y de las posibilidades que existen de cambiarlos (para mejorarlos). Se organizan las siguientes fases:

<u>La forma de los envases más usados</u>

1. El alumno piensa en media docena de envases de productos diferentes que utilice en forma habitual (por ejemplo: latas, botellas, cajas, paquetes,…..). Proporcionamos una tabla compuesta por cuatro columnas:
2. - Producto - Tipo de envase - Dimensiones estimadas - Dimensiones reales
3. Al iniciar la actividad en clase, pueden rellenar las tres primeras columnas con el nombre del producto, la forma geométrica de los envases y las medidas estimadas de los mismos que creen que tienen.
4. Después, cuando lleguen a sus casas, con los instrumentos de medida adecuados, medirán envases con cuidado y el próximo día de clase completarán la columna correspondiente a las dimensiones reales. Así podrán comprobar si difieren mucho de las dimensiones previstas con anterioridad.
5. También resulta interesante analizar cómo han cambiado los envases de productos en el tiempo, buscando razones que justifiquen esos cambios (Por ejemplo: en las botellas de aceite o en los envases de artículos de limpieza, hay cambios relacionados con la forma de asirlos o el impedir que se deslicen, etc)

Alternativas al envase de tetrabrik

1. ¿Cómo lograr un envase más económico sin alterar la calidad del material? ¿Puede lograrse un envase de igual capacidad (volumen) pero con una superficie menor?
   Los alumnos dispondrán de distintos envases de un litro para comparar la cantidad de material empleado en su confección, con el objeto de abaratar los gastos del mismo.
   Los alumnos usarán otras medidas, siempre respetando la capacidad de 1 litro. ¿Pueden establecer una relación entre las medidas de las aristas y la cantidad de material necesario? Se debe intentar encontrar medidas para que disminuya la cantidad de cartón que se necesita para construirlo. Aunque esa diferencia sea pequeña, como se fabrican muchos envases de este tipo cada día, el ahorro sería muy grande.

2. ¿Cuál sería el tetrabrik de menor costo que encierre 1l?
   La forma ideal sería la de un cubo ¿por qué? ¿Por qué te parece que no se usa esa forma?

Un nuevo envase

1. Se le sugiere a los alumnos que diseñen un nuevo envase sin ninguna limitación, pero deben procurar mejorar alguno de los aspectos que hayan visto que no funcionan bien en los ya existentes.
2. Se les pide también que preparen una pequeña presentación de su producto poniendo de manifiesto las ventajas del envase diseñado por ellos mismos.

Decorar el plano

Hace mucho, muchos años que se comenzó a utilizar la geometría con fines decorativos. Vasijas, tejidos, suelos, muros, puertas, ventanales,…han sido embellecidos con diseños geométricos regulares……

Indagación A.
Observa fotos o ilustraciones o diseños geométricos en mantas, paredes u en otras superficies. Es muy probable que te sorprendas del amplio uso que nuestra sociedad hace de los diseños.

(a) Observa y describe con tus palabras cómo piensas que se ha realizado el diseño. Trata de reproducirlo en papel punteado o cuadriculado.

(b) Armar guardas para decorar el salón utilizando una sola figura..

(c) ¿Qué dos figuras podés combinar para hacer otros diseños?

Indagación B.
Piensa en elegir los cerámicos para tu cocina.

(a) ¿Qué forma podrán tener estos cerámicos? (Recuerda: no pueden quedar agujeros ni solaparse)

(b) Prueba y analiza distintas posibilidades trabajando inicialmente con cerámicos de una sola forma. (elige polígonos regulares congruentes).

(c) Haz una tabla con tus hallazgos justificando en cada caso por qué es posible o no lo es embaldosar el plano con determinadas formas.

(d) Logrado esto puedes entrar a combinar baldosas ¿En qué debes centrarte?

(e) Dado un piso limitado de forma rectangular de 2,80m por 3,25m y cuatro formas (cuadrado, triángulo equilátero y rombo) de lado 20cm. Sin combinarlas ¿con cuál necesitarías menos cantidad de baldosas para cubrirlo?

Marcos y zócalos

1. Debes colocar nuevos zócalos en tu aula. ¿Qué tipos de materiales podrás usar? ¿Qué ventajas posee cada uno? Calcular qué resulta más económico: colocar zócalos de madera, de plástico o cerámica cortada?

2. Consigna: Con 24 unidades (pueden ser fósforos, escarbadientes, etc.) formen todos los rectángulos que puedan, usando cada vez las 24 unidades.
   - Vayan anotando los resultados en una hoja.
   - Completen una tabla correspondiente a la familia de rectángulos de 24 unidades de perímetro.

   Extensión: Volver a hacer lo mismo trabajando con 24 cubitos idénticos ¿Qué diferencia encuentras? (Pon atención en los vértices, ¿qué acontece?)
   ¿Cuántos marcos distintos puedes hacer? ¿Cuál encerrará la foto de mayor área?

3. ¿Serías capaz de diseñar distintos marcos? (Llevar fotos o recortes de revistas con distintas formas poligonales para que calculen los marcos que deben realizar con cartón o cartulina).

Los animales

Los seres humanos siempre sintieron curiosidad por los animales, por su forma de vivir, por su lenguaje y comportamiento, por sus dimensiones, por sus habilidades…….Algunos despertaron su fantasía y el hombre inventó las sirenas, el valiente unicornio, el Pegaso volador y los terribles dragones. Otros, despertaron y aún despiertan…asombro y curiosidad.
En la vida real, muchos animales se convirtieron en amigos del hombre y en compañeros de trabajo.

Apartándose de generalizaciones sobre las distintas especies, es posible detenerse en los aspectos particulares de las mismas y en las características propias de sus individuos para poder así acercar a los chicos estos conocimientos en estrecha relación con la matemática.

1. ¿Podría entrar un dinosaurio en tu casa?…

2. ¿Cuántos alumnos de esta clase se necesitarían para alcanzar la altura de un Titanosaurus? (Dato a buscar: Altura: 40m)

Para extraer *datos sobre animales* puede consultar por ejemplo:

www.baldeagleinfo.com

www. dcn.davis.ca.us/Dr.Sue

www.moomilk.com

www.ZoomDinosaurs.com/subjects/whales

www.panda.org.

El libro Mattews Peter. Ed.: The Guinnes Book of Records. NY: Bantam Books. 1996.

Matemática corporal

La sangre

Objetivo: Utilizar las unidades de volumen en una situación práctica y de interés.

La sangre, el líquido que el corazón hace circular a través de las arterias y venas de nuestro organismo, es un elemento fundamental para el mantenimiento de la vida y de las funciones celulares. Gracias a la circulación de este liquido se transportan sustancias de unos lugares a otros del organismo, de forma que las células puedan nutrirse y eliminar sus productos de desecho.

La sangre es un tejido formado por dos componentes: el plasma y las células sanguíneas. El volumen total de sangre es de, aproximadamente, 5 dm^3 en los hombres y 4,5 dm^3 en las mujeres. Existen tres tipos de células sanguíneas: glóbulos rojos, glóbulos blancos y plaquetas.

Actividades

1. El número de glóbulos rojos normal es de 5 millones en los hombres y 4,5 millones en las mujeres por cada mm^3 de sangre.
   (a) Calcula la cantidad de glóbulos rojos que hay en la sangre de una mujer.
   (b) La falta de glóbulos rojos se denomina "anemia". Ordena los siguientes tipos de sangre del de mayor concentración de glóbulos rojos al de menor, indicando los casos de anemia: $4{,}7\ 10^6$ por mm^3; $3\ 10^{12}$ en 1 dm^3; $5{,}06.10^8$ por cm^3, $4{,}8.10^{11}$ por dm^3; 49.10^5 por mm^3.

2. Hay dos grandes tipos de glóbulos blancos: leucocitos y linfocitos. El número normal de glóbulos blancos oscila entre 5.000 y 8.000 por mm^3. Una persona tiene $6{,}9.10^7$ glóbulos blancos en un dm^3 de sangre:
   (a) ¿Cuántos tendrá por mm^3?
   (b) ¿Está dentro de los limites normales?

3. Las plaquetas, también llamadas trombocitos, tienen por misión intervenir en la coagulación de la sangre. La cantidad normal de plaquetas en la sangre es de 250.000 por mm^3. Una persona tiene $2{,}4.10^{11}$ plaquetas por dm^3 de sangre:
   a) ¿Cuántas plaquetas tendrá por mm^3?
   b) ¿Está dentro de lo normal?

4. La mayor parte de nuestras células se mueren si les falta oxígeno.
   a) Una persona realiza, por término medio, 16 respiraciones por minuto. Si en cada respiración la cantidad de aire inspirada y expirada es de 500 cm^3, calcula el volumen de aire que entra y sale de tus pulmones en un año. Expresa el resultado en m^3.
   b) El intercambio de gases entre el aire y la sangre se produce en los alvéolos. Observa la siguiente tabla correspondiente a los volúmenes de cada uno de los gases contenidos en 100 cm^3 de sangre y contesta las cuestiones siguientes:

	Sangre que entra en los pulmones	Sangre que sale de los pulmones
Nitrógeno	0,9 cm^3	0,9 cm^3
Oxigeno	10,6 cm^3	19,0 cm^3
Anhídrido carbónico	58,0 cm^3	50,0 cm^3

— ¿Qué muestra de sangre contiene más oxigeno y cuál menos?
— ¿Qué muestra de sangre contiene más cantidad de anhídrido carbónico y cuál menos?
— A partir de las respuestas anteriores explica el intercambio de gases que tiene lugar.

5. Les ayudamos con la información para que creen preguntas que otros compañeros puedan contestar:

"No es necesario poseer un doctorado en fisiología para comprender -y admirar- la complejidad de nuestro organismo. Basta con advertir la sorprendente precisión con que los dientes definitivos se alternan con los de leche, el exquisito diseño de nuestros sentidos y la proeza bioquímica que permite evocar hasta el más mínimo, el más intrascendente de nuestros recuerdos.

Todo esto -la vida, en suma- emerge de una estructura que desafió los talentos de eximios estudiosos. Y la *matemática* de esta construcción, tal como lo demuestra un trabajo de la Universidad Johns Hopkins, puede deslumbrar hasta al individuo más abúlico.
Hagamos números. El cerebro adulto contiene 100 000 millones de neuronas -más o menos- el número de soles de la Vía Láctea. Y cada una de ellas se conecta nada menos que con otras 100 000. El conjunto que opera como el control central de la intrincada maquinaria de cuerpo apenas pesa un kilo -es decir, sólo el 2 % del total -, pero consume el 25 % de la energía.

Sin embargo -al fin y al cabo, de carne somos - , la mayor parte de nosotros se compone de músculos; exactamente, 650. El más grande es el glúteo (pesa alrededor de un kilo). El más pequeño, del oído medio, mide apenas 5 milímetros.

En células tenemos una variedad digna de un bazar de Estambul. La mayoría de ellas es microscópica, pero las musculares pueden llegar a medir varios centímetros y se perciben a simple vista.
Todo ser humano tiene un promedio de aproximadamente 1100 centímetros cuadrados de piel, que contienen 650 glándulas sudoríparas, 20 vasos sanguíneos, más de 1000 terminales nerviosas y hasta 20 millones de bacterias por pulgada cuadrada.

La sangre tarda 60 segundos en dar una vuelta completa al cuerpo y ocupa entre 25 y 35 trillones de células. Las arterias, capilares y venas por los que circula, si se alinearan uno detrás de otro, tendrían una longitud suficiente para dar la vuelta al mundo casi cuatro veces.

Los pulmones están tapizados por 600 millones de bolsitas llamadas alvéolos que, estirados, cubrirían una cancha de tenis. Y la nariz, ese filtro capaz de regular la temperatura y humedad del aire, contiene 20 tipos de células capaces de distinguir alrededor de 10 000 olores diferentes. La lengua, en cambio, tiene 10 000 papilas gustativas, pero sólo puede detectar cuatro sensaciones gustativas básicas: lo dulce, lo agrio, lo amargo y lo salado.
En fin, si esto es el cuerpo, del alma……mejor no hablar."

Por Nora Bar. Diario Río Negro.26/07/00.

Algunos datos fisiológicos humanos típicos			
Altura	170 cm	Porcentaje de masa:	
Masa	70 kg.		
Area superficial	1,85 cm^2	Muscular	43%
Temperatura interna	37º C	Huesos	10%
Temperatura de la piel	34º C	Tejido adiposo	14%
Metabolismo basal	70 kcal /hora	Sangre	7,7%
Consumo de oxígeno	260 ml/minuto	Cerebro	2,1%
Producción de CO_2	208 ml/minuto	Corazón	0,43%
Volumen de sangre	5,2 litros.		
Presión arterial	120/80 torr		
Frecuencia cardíaca	70 latidos/minuto		
Caudal cardíaco	5 litros/minuto		
Capacidad pulmonar total	6 litros		
Frecuencia respiratoria	15/minuto		
Datos tomados de John R. Cameron and James G. Skogronick, Medical Physics, John Wiley and Sons, 1978. Extraído del libro El caballo esférico. Grünfeld, Verónica. Lugar científico. 1991			

El supermercado

Objetivo Elegir 3 o más marcas distintas de un mismo producto y comparar sus precios. Pensar por qué productos similares cuestan distinto (marca, presentación, peso neto-peso escurrido, etc.)

1. Para esta actividad se necesitan unos sobres con un importe a gastar anotado en cada uno. Mercaderías distribuidas en las mesas, separadas por rubro a modo de supermercado. Calculadora.
   Tomar un sobre con un importe, recorrer las góndolas e ir tomando productos, estimando lo que se va gastando, hasta aproximarse lo más posible al precio que dice el sobre. No puedes llevar más de tres productos iguales.
   Una vez terminada la compra, sumar los importes de los productos que compró, utilizando la calculadora. ¿Cómo consideras que fue tu estimación: ¿buena, regular o mala?.

2. Buscar en la revista del supermercado los precios de los productos que aparecen en la lista. (Van a hacer una picadita)
   a) Estimar y escribir el costo de cada ítem.
   b) Estimar y escribir el gasto total.
   c) Comprobar con la calculadora los costos y suma total.
   ¿Cómo fue la estimación ? Buena - regular - mala

   1,5 kg de queso Pategrás ________________
   $\frac{3}{4}$ kg de salchichas tipo alemanas ________________
   250 g de salame de Milán ________________
   250 g de jamón crudo ________________
   150 g de jamón cocido ________________
   $\frac{1}{2}$ kg de queso barra ________________
   350 g de queso roquefort ________________
   2 salamines ________________
   3 bolsitas de pan lactal ________________
   jugos ________________

3. Una persona tiene que comprar regalos para el día del niño. Para ello dispone de folletos o propagandas de distintas firmas comerciales)
   Tiene: 3 hijos, 4 sobrinos y 2 hijos de sus amigos.
   Debe gastar entre $ 45 y $ 58 y no puede regalarle a dos chicos la misma cosa.
   a) Recorten y peguen en esta hoja los regalos que eligió para cada niño o niña.
   b) Hagan una estimación del gasto y escríbanla. Luego comprueben con su calculadora cómo fue su estimación.

4. a) Recorten y peguen los alimentos que necesita para preparar las comidas de una semana, indicando la cantidad de cada producto.
   b) Estimen el gasto total.
   c) Comprueben con su calculadora si su estimación fue buena, regular o mala.

   Si tienen que reducir gastos ¿de qué producto/s prescindiría y por cuál/les lo/s reeemplazaría? Justifiquen su elección.

Proyectos

Proyecto 1: La basura

Estamos tan acostumbrados a “echar a la basura” todo aquello que nos sobra: restos de comida, botellas, papeles, plásticos, latas, vidrios, etc. que no nos damos cuenta, en la mayoría de los casos, de la enorme cantidad de materia que “tiramos”.
¿Qué ocurre con toda esta materia? ¿Adónde va a parar? ¿Cuántos kg. de basura doméstica se producen en una ciudad como la que vives?

Actividad 1: La basura de casa

Objetivo: Hallar los kg. de basura que produce una persona al día.
En esta actividad, van a calcular los kg. de basura que, por término medio, se producen entre todos los alumnos de la clase.

1. Mide la masa de la bolsa de basura de tu casa. (Todas las que halla, durante una semana). Anota los resultados en la siguiente tabla:

Día							
Masa (kg.)							

   Tienen que dar la masa de la bolsa con el número adecuado de cifras significativas. Para ello, observen la sensibilidad de la balanza que utilicen al hacer la medida.

2. Anota el número de personas que viven en tu casa, ¿es un número exacto o aproximado?

3. Calcula, con los datos anteriores:
   (a) kg. totales de basura en una semana.
   (b) kg. totales en un día.
   (c) kg./persona en una semana.
   (d) kg./persona en un día.

4. Puesta en común de todos los alumnos de la clase:
   (a) kg./persona al día: tabla y gráfica de las medidas.
   (b) Valor medio.
   (c) Error probable y error relativo.

5. Con el dato del valor medio de toda la clase y el número de alumnos, calcula los kg. de basura que producen entre todos, al día.

6. Sabiendo que, por término medio cada tonelada de basura ocupa 7,5 m^3, calcula el volumen ocupado por la basura producida por todos, en un día.

7. Calculen los m^3 del aula. Calculen, ahora, el número de aulas que podrían llenar con toda la basura producida en una semana, entre todos.

Proyecto 2: Ahorrar agua

(a) ¿Juzgas importante hacerlo? ¿Padeces en tu barrio/casa carencia de agua? ¿Por qué? ¿Sabés que algunos países deben comprar agua a otros porque no satisfacen sus necesidades? Busca información al respecto.
(b) ¿Qué consejos darías para ahorrar agua en la casa?. Demuestra el por qué de tus sugerencias (Este problema origina la selección de pasos a seguir para la recolección de información, organizarla y compartirla y arribar a conclusiones y consejos que podrán exponerse a nivel escuela).

1) **La construcción de instrumentos de medida**

Resulta sumamente interesante pues ayuda a la comprensión las nociones de magnitud y medida permitiendo la integración del trabajo con aspectos de la historia de la matemática y de la tecnología. Se pueden consultar libros de historia de la matemática y los fascículos 4 y 5 de "Matemática", de Ana María García y Gustavo Zorzoli, pertenecientes a la colección Proyecto Educativo: Construyendo con Lápiz y Papel, de Tiempos Editoriales.(1996).

Anexo 1

VOCABULARIO

Cantidad: característica o cualidad de un objeto que se puede valorar numéricamente, siempre en relación a una unidad. Por redundancia, también los números son cantidades.

Unidad: cantidad de referencia que se toma para hacer la valoración del resto de las cantidades de su especie. La unidad es siempre un convenio que puede llegar a tener fuerza legal.

Estimar: hacer una conjetura sobre el valor numérico de una cantidad, el resultado de un cálculo o una relación entre cantidades.

Discreto: colección finita de objetos diferenciados y distinguibles. Se mide con números naturales. Cuando un aparato transmite información procesada en forma discreta se dice digital; por ejemplo, los relojes digitales y los ordenadores personales.

Continuo: característica de un objeto que no puede descomponerse en elementos discretos; carácter susceptible de adoptar todo valor de un intervalo de números reales. Cuando un aparato trasmite información procesada de forma continua se dice analógico; por ejemplo, los relojes de manecillas y las balanzas.

Magnitud: desde el punto de vista físico es un atributo cuantificable. Desde el punto de vista matemático es un conjunto de cantidades que reúnen determinadas propiedades como ser sumables, o multiplicables por un número real.

Magnitudes discretas: pueden cuantificarse en base a valores exactos, por ejemplo la numerosidad de una colección de estampillas, la cantidad de asistentes a una reunión o el dinero ingresado a la caja en el día.

Magnitudes continuas: se distinguen
1) las que admiten representación geométrica: longitud, amplitud, superficie y volumen;
2) las que corresponden a propiedades físicas de los objetos o acontecimientos: tiempo, peso, capacidad, extensión o superficie, etc.
3) las que expresan una relación entre magnitudes básicas (conocidas como magnitudes derivadas): velocidad, aceleración, peso, densidad, etc.

Medir: desde el punto de vista físico es ver cuántas veces entra una unidad en una cantidad determinada. Desde el punto de vista matemático, consiste en atribuir un número real a una cantidad.

Medida: número de veces que una cantidad cualquiera contiene a la unidad.

Teoría de errores: análisis de datos numéricos aproximados y de los resultados que se obtienen calculando con ellos.

Distancia: espacio lineal entre dos puntos (espacio vacío).

Longitud: espacio lineal ocupado entre dos puntos.

Metro: Hace años habábamos del metro patrón guardado en el palacio de Sevres de París. En 1960 se definió el metro como un múltiplo de la longitud de onda anaranjada del gas criptón 86 en determinadas condiciones. En 1983 se deroga esta definición y se sustituye por la siguiente: "El metro es la longitud del recorrido hecho por la luz en el vacío durante un intervalo de tiempo igual a 299.792.458 ava parte del segundo". Por lo tanto pasa a ser una unidad derivada dependiente de la velocidad de la luz y de la definición de segundo, que se constituyen en unidades primitivas (longitud = velocidad x tiempo, siendo la velocidad de la luz considerada como 299.792.458 m/seg.).

Segundo: Hoy día la longitud de un segundo se define (International System of Units) basándose en el número específico de transiciones , o vibraciones, en especial de átomos de cesio. Estas transiciones producen ondas de radiación electromagnética, extremadamente regulares, que pueden ser contadas para producir una escala de tiempo altamente precisa. El reloj de cesio es de alta difusión en los trabajos científicos, pero también se utilizan otros relojes, por ejemplo utilizando átomos de hidrógeno o de berilio que resultan miles de veces más precisos que los de cesio.
El tiempo se controla así por relojes de cesio mantenidos sincrónocamente en diversos países obteniéndose lo que se conoce como el "tiempo atómico internacional" (TAI). Las señales emitidas por estos relojes son trnasmitidas alrededor del globo a través de radios de onda corta o por satélites artificiales.

Área: Cantidad de superficie.

Peso: Fuerza de gravitación universal ejercida sobre la materia. (El peso de un cuerpo depende de su posición en el espacio). En física: F = mg. Se mide con balanzas de resorte.

Masa: Expresa la cantidad de materia que el cuerpo encierra. Resistencia de la materia a cambiar su estado de movimiento. Se mide con balanza de dos platillos en base al establecimiento del equilibrio. En física: m = P/g
En cuanto a la distinción entre peso y masa adoptaremos la postura de DICKSON (1991) en tanto ambas magnitudes son de difícil comprensión, por lo menos en la enseñanza elemental. Siendo el peso dependiente de la gravedad, el peso de un objeto depende del lugar en que se encuentre (por ejemplo, tu peso en la luna será menor que en la tierra dado que la gravedad en la luna es menor que la de la tierra), mientras que la masa será constante y será medida por el número de kilogramos que equilibren la balanza. En los primeros estadíos la comprensión del peso/masa vendrá dada por la sensación de "pesantez" que es esencialmente una propiedad del peso, a partir de la cual se irá introduciendo gradualmente la medición precisa de esta magnitud mediante balanzas que, primero con unidades arbitrarias y luego convencionales (gramos y kilogramos) realmente medirán la masa del objeto."Dado que el niño es todavía incapaz de comprender la diferencia, el maestro se vé prácticamente forzado a servirse de una de las dos palabras para no confundirlo, y la verdad que la elección plantea un auténtico dilema". En este documento se hablará de peso y pesar ya que se las considera expresiones más próximas al niño quien no distinguirá de "pesar" en una balanza de resorte de "masar" en una balanza de platillos. "De hecho, la noción de masa es mucho más abstracta y refinada, y no es verosímil que sea diferenciada hasta mucho más tarde, si es que llega a serlo, y ello por recurso de las teorías formales de la física" (pág. 135)

Kilogramo: vulgarmente llamado kilo, equivale al peso de un decímetro cúbico o un litro de agua destilada a 4 grados de temperatura.

Volumen exterior: cantidad de espacio ocupado.
Volumen interior: cantidad de espacio contenido.
Volumen complementario: cantidad de agua desalojada.

Capacidad: volumen de líquido que puede contener un recipiente (es decir, es el equivalente líquido del concepto de volumen interior).

ANEXO 2

Tablas de equivalencias

Longitud	**Volumen**
1 decámetro (**dam**)……………………10m	1 milímetro cúbico (**mm^3**)…0,000000001m^3
1 hectómetro (**hm**)………… 10dam = 100m	1 centímetro cúbico (**cm^3**)………. 1 000mm^3
1 kilómetro (**km**)...10 hm = 100dam =1000m	1 decímetro cúbico(**dm^3**)…1 000cm^3=1 l
1 decímetro (**dm**)……..100mm=10cm=0,1m	1 metro cúbico (**m^3**).1000dm^3=1 000 000cm^3
1 centímetro (**cm**)……………10mm=0,01m	1 decilitro (**dl**)…………………………..0,1 l
1 milímetro (**mm**)…………………0,001m	1 litro (**l**)……...0,2642 gal. a.=2,11p.a.=10dl
1 pulgada (**pulg**) 0,0833p=0,0278yd=0,0254m	1 hectolitro (**hl**)……………100 l =1 000dl
1 pie (**p**) 12pulg=0,3333yd=0,3048m	1 centímetro cúbico (**cm^3**) 0,061pulg^3=0,001 l.
1 yarda (**yd**)…………36 pulg=3p=0,9144m	1 pulgada cúbica (**pulg^3**) 16,39cm^3=0,0164 l.
1 centímetro (**cm**) 0,3937pulg=0,0328p=0,01m	1 pie cúbico (**p^3**) 1 728pulg^3=0,037yd^3=28,32 l.
1 metro (**m**)………………39,37pulg=3,28p	1 yarda cúbica (**yd^3**) 46 656 pulg^3 = 27p^3 = 764,6 l.
1 milla marina (**mill.m.**) 6 080p=2 025yd=1 852m	1 galón americano (**gal.a.**)……….. 3,7853 l
1 milla (**mill**)……5 280p=1 760yd=1 609m	1 galón inglés (**gal. i**.)……………4,5459 l

Superficie	**Peso**
1 milímetro cuadrado (**mm^2**)…..0,000001m^2	1 miligramo (**mg**)…………………0,001g
1 centímetro cuadrado (**cm^2**)……….100mm^2	1 gramo (**g**)…………1 000mg = 0,001kg
1 decímetro cuadrado (**dm^2**) 100cm^2=10000mm^2	1 kilogramo (**kg**)…………1 000 g = 2,205lb
1 metro cuadrado (**m^2**)…100dm^2=10 000cm^2	1 tonelada (**t**)………………10q.m.=1 000kg
1 área (**a**)……………………………100m^2	1 quintal métrico(**q.m**)…….220,47lb=100kg
1 hectárea(**ha**)……………100a=10 000m^2	1 libra (**lb**)……………..16oz = 0,45359kg
1 kilómetro cuadrado(**km^2**) 100ha=1 000 000m^2	1 onza troy (**oz.tr**.)…………………31,10 g
1 pulgada cuadrada (**pulg^2**)……….6 452cm^2	1 tonelada larga (**t.l.**)………………1 016kg
1 pie cuadrado(**p^2**) 144pulg^2=0,11yd^2=929cm^2	1 tonelada corta (**t.c**.) 0,89t.l.=2000lb.=907,18kg.
1 yarda cuadrada (**yd^2**).1 296pulg^2=8 361cm^2	
1 milla cuadrada (**mill^2**)……2 588 881m^2	

	Prefijo y orden	**Raíz**
Aquí están los prefijos, separados por tres órdenes de magnitud que permiten medir elementos muy pequeños o muy grandes junto con el orden de magnitud que miden y el significado de su raíz, que si no se indica es griega.	tera- (10^{12})	teras (monstruo)
	giga- (10^9)	gigas (gigante)
	mega- (10^6)	mégas (grande)
	kilo- (10^3)	chilioi (mil)
	mili- (10^{-3})	mille (mil, latín)
	micro- (10^{-6})	mikros (pequeño)
	nano- (10^{-9})	nanos (enano)
	pico- (10^{-12})	pico (castellano)
	femto- (10^{-15})	femto (15,danés)
	atto- (10^{-18})	atto (18,danés)

Los microscopios electrónicos han permitido dilucidar las estructuras más finas de la célula. El microscopio electrónico permite aumentar hasta 150 000 veces una imagen (mientras que el óptico sólo puede aumentarla 1000 veces).
Y su límite de resolución es de 0,0000001 mm (o 0,1 nanómetros) (en el microscopio óptico es de 0,0001 mm). Los biólogos y los bioquímicos suelen utilizar otra unidad: el ángstrom (A). 1 A = 0,1 nanómetro = 10^{-10} metros.

* La "fracción" de tiempo más pequeña que se ha medido es la de un pulso de luz de un láser, que sólo duró 30 femtosegundos. Un femtosegundo equivale a 10^{-15} segundos. Mientras que en un segundo un pulso de luz puede llegar prácticamente hasta la Luna, en 30 femtosegundos sólo puede recorrer 1/3 del grosor de un cabello humano.

Otras medidas y distancias………
* Diámetro de la Luna: 3476 km.
* Masa de la Luna: 1/81,3 masa de la Tierra.
* Distancia Tierra - Luna: 384 400 km.
* Velocidad de la luz: 300 000 km/seg.
* Año luz: 9,5 billones de km. (distancia que aproximadamente recorre la luz en un año).
* Unidad astronómica (u. a.): 150 . 10^6 km.
* Distancia Tierra – Sol: 1 u.a. (150. 10^6 km.)

El Universo, una obra de gran Magnitud:

Cuerpo celeste	**Diámetro en km**	**Distancia al Sol (en 10^6 km)**	**Período de traslación en unidades terrestres**	**Velocidad media en km/s.**
Sol	1 390 000			250
Mercurio	4 880	57,94	88 días	47,9
Venus	12 400	108,27	224 días	35
Tierra	12 742	149,68	365 días	29,8
Marte	6 870	228,06	687 días	24,1
Júpiter	139 760	778,73	11,9 años	13,6
Saturno	115 100	1 427,70	29,5 años	9,6
Urano	51 800	2 872,40	84 años	6,8
Neptuno	49 500	4 496,80	164 años	5.4
Plutón	(aprox.) 2 400	5 914,80	248 años	4.8

Bibliografía

CHAMORRO Ma. del Carmen (1998): *Fenómenos de enseñanza de la medida en la escuela elemental*. Rev. UNO. nº18..
CHAMORRO Ma. del Carmen (1995): *Aproximación a la medida de magnitudes en la enseñanza primaria.* Rev. UNO.. Nº 3. Ed. Graò
AMENEDO, M. Y OTROS (1996): *Matemática 2.* Editorial Santillana. (Tablas de conversión).
HERNAIZ, I. Y OTROS (1998): *Cartas a Medida*. Editorial Troquel.
SEGOVIA, I Y OTROS (1988): *Estimación en cálculo y medida*. Editorial Síntesis. España.
SCHOENFELD, A. (1985): *Mathematical Problem Solving*. Academic Press Inc. New York.
HOPE, J.(1989): *Promote Number Sense In School*. Arithmetic Teacher. Vol. 36, No 6. Feb.
LOBATO, J.: *Making Connections with Estimation*. Vol. 40. No 6. Feb. 93.
VAN de VALLE, J.; THOMPSON C.(1987): *Estimation and Mental Computation*. Vol. 34, No 9.
BARBERÀ GREGORI, E.(1996): *Estimación estratégica: la matemática como ciencia inexacta*. UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas. No 7. GRAO. España.
DIENES, Z. Y GOLDING, E.: *Práctica de la medida*. Cap. 2 del Tomo 3 de la colección Exploración del espacio y práctica de la medida. Ed. Teide. Pág. 55 y siguientes.
BEERS Y. (1962): *Teoría de errores*. Ed. E.T.H.A.S.A. Argentina.
BRESSAN, ANA; BOGISIC, BEATRIZ (1997): *La estimación, una forma importante de pensar en matemática*. Documento No 1 de Desarrollo Curricular del Área Matemática. Consejo. Provincial de Educación. Río Negro.
BRESSAN ANA (1999): *La medida: un cambio de enfoque*. Material de Desarrollo Curricular. Consejo. Provincial de Educación . Río Negro.
DICKSON, L., BROWN, M., GIBSON, O. (1991): *El aprendizaje de las matemáticas*. Ed. Labor. España.
BALSEIRO, J. (1956): *Mediciones físicas*. Ed. Hachette.
GETE ALONSO J. C., DEL BARRIO V.(1989): *Medida y realidad*. Ed. Alhambra. México
GARCÍA ANA, ZORZOLI G. (1996) Fascículos 4 y 5 de *Matemática* pertenecientes a la colección Proyecto Educativo: Construyendo con Lápiz y Papel, de Tiempos Editoriales.
LOVELL K.(1982): *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños.* Editorial Morata. España