

PROBABILIDADES CON DADOS

¿Producto par o impar?

a) Con dados cúbicos comunes

Participantes: 2 a 4

Materiales: 1 planilla para cada participante de dos columnas con el encabezamiento par e impar; 2 dados; 10 fichas blancas y 10 fichas negras. Las fichas blancas corresponden a los pares y las negras a los impares.

Instrucciones: Cada participante tira los dados y calcula el producto de los dos dados. Si el producto es par coloca una ficha blanca en la columna de los pares de su planilla. Si el producto es impar coloca una ficha negra en la columna de los impares.

Gana el primero que usa todas sus fichas. Si salen valores para los cuales no hay fichas del color correspondiente se pierde el turno. Deben tomarse igual número de turnos para cada jugador.

¿Qué notan en cuanto a los resultados: par o impar? ¿Dirían que son equiprobables? Mediante el conteo de resultados (estados) calcular la probabilidad de obtener un producto par y la de obtener un producto impar.

b) Con dados tetraédricos (También se pueden usar bolilleros o perinolas o ruletas con 4 sectores).

Participantes: 4

Materiales: 2 dados tetraédricos cada dos participantes; 1 planilla por alumno; 16 fichas por alumno.

Se explica cómo leer el dado.

Anticipación: Se pide a los estudiantes que tomen unos minutos para discutir con su grupo la estrategia que podrían considerar para dividir sus fichas en la columna de los pares y de los impares contestando a la pregunta ¿Dónde apostarán que va a haber más fichas?

Ubicar fichas según resultados de producto	
Pares	Impares

Se divide el grupo de 4 en 2 parejas. Cada estudiante decide cómo poner sus fichas en su planilla.

Comentario: En principio cada jugador suele dividir en 2 las 16 fichas (8 para pares y 8 para impares).

Al jugar y notar que esta estrategia es incorrecta (hay más pares que impares) los alumnos suelen reordenar las fichas en un segundo juego, en general, sin justificar la estrategia.

Una vez realizado nuevamente el juego se les pide que revisen y encuentren una forma más organizada y sistemática de determinar cómo podrían dividir el número de piezas para incrementar las chances de ganar.

Pueden usar un razonamiento proporcional exacto u aproximado. La proporcionalidad es de 2 pares por cada 1 impar.

Se vuelve al juego dándoles 12 fichas.

Aquí se les pide que anoten los números de jugadas (incluyendo los turnos perdidos) explicitando los factores obtenidos en cada dado en cada jugada en el lugar correcto.

RESULTADOS					
Pares			Impares		
Factor	Factor	Producto	Factor	Factor	Producto

Finalizado el juego y analizada la planilla se discuten los hallazgos con toda la clase.

Los alumnos observarán que aproximadamente de cada cuatro resultados 1 es impar y 3 son pares, lo cual hace una probabilidad igual que en el juego anterior.

En varios momentos del juego de cada grupo la docente debería preguntar ¿cuál es el par de alumnos que gana? para ver si los alumnos observan cuál está más cercano a ganar en base al número de fichas que se aproximan a la relación: $\frac{3}{4}$ pares y $\frac{1}{4}$ impares.

Las respuestas no suelen ser las adecuadas:

-Yo porque tengo menos fichas

-Yo porque tengo todavía una impar y ella no.

Calcular la probabilidad experimental por conteo de resultados sumando los de todos los grupos.

Soluciones:

Al ser una propuesta experiemetal los resultados pueden variar, pero a medida que se suman los de los distintos grupos se podrá observar que la tendencia es $\frac{1}{4}$ de impares y $\frac{3}{4}$ de pares

Para calcular la probabilidad teórica del evento *producto impar o producto par* se necesitan enlistar todos los resultados posibles y hacer el cociente entre el número de resultados favorables (para par o para impar) sobre el número total de resultados posibles.

Así se puede solicitar a los alumnos que lo hagan por conteo de casos, sea en un árbol o en un cuadro como el siguiente:

Dado 1	Dado 2	Producto
1	1	1
1	2	2
1	3	3
1	4	4
1	5	5
1	6	6
2	1	2
2	2	4
2	3	6
2	4	8
2	5	10
2	6	12

Dado 1	Dado 2	Producto
3	1	3
3	2	6
3	3	9
3	4	12
3	5	15
3	6	18
4	1	4
4	2	8
4	3	12
4	4	16
4	5	20
4	6	24

Dado 1	Dado 2	Producto
5	1	5
5	2	10
5	3	15
5	4	20
5	5	25
5	6	30
6	1	6
6	2	12
6	3	18
6	4	24
6	5	30
6	6	36

De allí pueden extraer que existen 27/36 casos de resultado par y 9/36 casos de resultado impar, con lo cual la **probabilidad de resultado par es $\frac{3}{4}$ y de resultado impar es $\frac{1}{4}$.**

Obtenidos estos valores los alumnos podrán su distanciamiento con la probabiolidad obtenida experimentalmente. Podrán notar además, que a medida que suman más tiradas en un número importante la tendencia se acercará más a la probabilidad teórica.

Otra mirada: Si se sabe que

Par x Par = Par (lo que se puede demostrar con los alumnos haciendo $2n \times 2m = 4nm$, que es par, con n y m mayor o igual que 1)

Par x Impar = Par (demostrar en base a $2n \times (2m + 1) = 4nm + 2n$ que es par y análogamente para

Impar x Par = Par

Impar x Impar = Impar

Siendo 3 casos favorables sobre 4 posibles, la probabilidad de obtener par en un producto es de $\frac{3}{4}$ y por ende la de obtener un valor impar es $\frac{1}{4}$.

Nota: tener en cuenta que siempre que los dados que se utilicen sean idénticos y con el mismo número de caras pares que impares, y no estén trucados, se obtendrá esta proporcionalidad.