

TIROS PENALES: INTUICIONES Y PROBABILIDAD

Oscar Bressan

Muchos temas específicos de la escuela secundaria (tales como exponenciales o logaritmos) son recibidos en la escuela en general, antes de ser usados en la vida diaria. En cambio ocurre lo contrario con las probabilidades, que son percibidas y aceptadas por los alumnos en general bastante más temprano que su conceptualización en la escuela. De este modo el alumno muchas veces adquiere preconceptos que atentan contra el necesario rigor con que debe tratarse este tema.

Se desarrollará un ejemplo sencillo y en general motivante enfrentado a preconceptos relacionados con la intuición.

Desarrollo – Consideración de probabilidades

Supongamos que en una práctica de fútbol se prueban distintos jugadores para hacer tiros penales. Vamos a llamar "chance" de cada jugador a la probabilidad que cada uno tiene de hacer un gol en cada intento. De este modo un jugador con una chance igual a 0 significa que nunca mete un tiro penal, mientras que una chance igual a 1 significa que mete todos los penales que tira. Comencemos considerando que todos los jugadores tiene una chance igual a 0,6, o sea que en promedio convierten el sesenta por ciento de los penales que tiran.

Ahora vamos a poner como regla que se va probando un jugador tras otro, los cuales tiran un penal, pero los que aciertan tienen el incentivo de tirar de nuevo. O sea que los resultados posibles son 0 goles (falla la primera vez y no puede tirar de nuevo), 1 (acierta el primero pero falla el segundo) y 2 (acierta las dos veces).

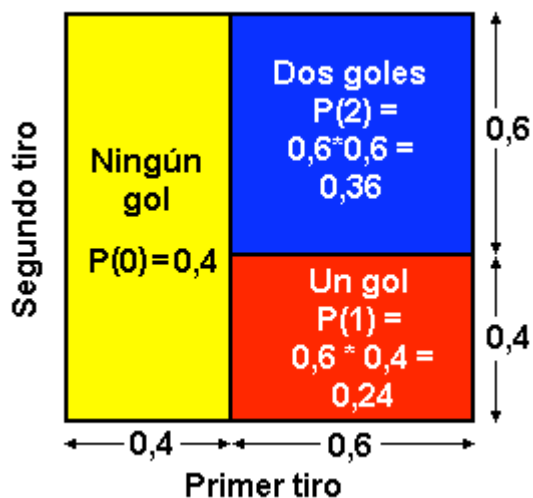
Y vamos a la pregunta para los alumnos: ¿Cuál les parece que es el resultado que tiene mayor probabilidad de ocurrir?

Vale la pena aquí preguntarle la opinión a todos los alumnos, uno por uno, e ir tomando nota de las opiniones. En general una buena parte se inclina intuitivamente a aceptar que el resultado más probable es 1 gol. De algún modo es un condicionante que traen de su experiencia previa.

La probabilidad del resultado "0" ($P(0)$) es que no haga ningún gol en el primer tiro (o sea $1-0,6 = 0,4$) por la probabilidad de que no haga ningún gol en el segundo tiro, y esta probabilidad es 1, ya que ni siquiera lo dejan tirar. O sea que el resultado final es $P(0) = 0,4 * 1 = 0,4$

La probabilidad del resultado "1" es el producto de la probabilidad de que realice el primer penal y que falle el segundo. Esto es, $P(1) = 0,6 * (1 - 0,6) = 0,24$.

Finalmente, la probabilidad del resultado "2" es el producto de la probabilidad de que realice el primer penal y luego realice el segundo. O sea, $P(2) = 0,6 * 0,6 = 0,36$.



De este modo observamos que el resultado con mayor probabilidad, para un jugador con una chance de 0,6 de realizar penales, es de no meter ningún penal. La siguiente probabilidad es de meter dos, y por último la menor probabilidad es la de meter sólo uno. Este resultado se encuentra alejado de la intuición general.

¿Cuáles serán las probabilidades de un resultado de 0, 1 y 2 goles para un jugador que tiene una chance de 0,8 (80 %) de realizar los penales ?

¿Idem de 0,3 (30 %) ?

Vale la pena hacer la tabla completa de obtener los resultados 0, 1 y 2, para jugadores con chances de 0,0; 0,1; 0,2;...;0,9 y 1,0 de realizar los penales:

CHANCE	P(0)	P(1)	P(2)
0.00	1.00	0.00	0.00
0.10	0.90	0.09	0.01
0.20	0.80	0.16	0.04
0.30	0.70	0.21	0.09
0.40	0.60	0.24	0.16
0.50	0.50	0.25	0.25
0.60	0.40	0.24	0.36
0.70	0.30	0.21	0.49
0.80	0.20	0.16	0.64
0.90	0.10	0.09	0.81
1.00	0.00	0.00	1.00

Si llamamos "x" a la chance de realizar un penal, vemos que $P(0) = (1-x)$; $P(1) = x*(1-x)$; y $P(2) = x^2$. La probabilidad de $P(0) + P(1) + P(2)$ obviamente tiene que se cero, y vemos que esto se satisface para cualquier "x", ya que

$$P(0) + P(1) + P(2) = (1-x) + x*(1-x) + x^2 \equiv 1$$

En la figura de la derecha se han dibujado las probabilidad de no hacer ningún gol, hacer 1 solo y convertir los dos. Obsérvese que en ningún caso, para ninguna chance, la probabilidad de convertir un gol, (que es la apuesta más frecuente) tiene la mayor probabilidad.

Vale la pena investigar para que chance del jugador se tiene que $P(0) = P(2)$ [es necesario resolver una ecuación de segundo grado. El resultado es 0,618034, que (¡créase o no!) es el número de oro menos 1.]

