EL DINERO EN LA ESCUELA …UN CAPITAL DE GRAN RENTABILIDAD MATEMÁTICA

Rocío V. Alvarez, Silvia G. Pérez, Ana Bressan.
Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática

Resumen

La introducción de contextos de la vida real en la tarea escolar, suele reducirse a lo anecdótico, con fines motivadores o al uso en problemas de aplicación dados al final de la secuencia de enseñanza. Desde estas perspectivas lo que se pretende, en el primer caso, es captar el interés de los alumnos y, en el segundo, que lo enseñado de manera formal (y muchas veces mecánica) se traduzca en soluciones prácticas para situaciones análogas a las cotidianas.

La postura sostenida por la Educación Matemática Realista - EMR (H. Freudenthal, 1905-1990, Holanda) acerca del uso de contextos dista notablemente de estas posiciones e introduce el valor del contexto como definitorio en la construcción cognitiva con significado. Es justamente el contexto el que posibilitará al alumno la elaboración de modelos, la reflexión sobre estos y el avance en el proceso de matematización, cuyo fin (y no su principio) es el conocimiento formal.

Este trabajo tiene por finalidad mostrar cómo interactuar con contextos que involucran el dinero. El docente considera aprendido el uso del dinero por parte de sus alumnos, a partir de sus experiencias extraescolares (como compradores o vendedores). Sin embargo, en chicos de la edad que nos ocupa (10-12 años), este uso del dinero que parece ser tan obvio, lejos está de mostrar un manejo matemático fluido y, por lo tanto, este contenido ha de ser tomado como objetivo de trabajo sistemático en la escuela. Pero, además, el dinero como herramienta cultural matemáticamente formalizada, se constituye en un modelo que no sólo resuelve situaciones particulares variadas y directamente ligadas a él, sino que puede constituirse en un *modelo para* apoyar la comprensión de contenidos más abstractos como el sistema posicional decimal, los números decimales, las fracciones y los porcentajes, sus relaciones y operatoria.

A través de la exposición de este trabajo se mostrará la secuencia utilizada por dos docentes desde el marco de la EMR, en realidades escolares diferentes, y las producciones de los alumnos al respecto.

Fundamentación de la propuesta

Esta experiencia se enmarca dentro de la línea didáctica conocida como Educación Matemática Realista, la cual nace en Holanda como reacción al movimiento de la Matemática Moderna de los años 70´s y al enfoque mecanicista de la enseñanza de la matemática, generalizado en ese entonces en las escuelas holandesas. Esta línea didáctica pone especial énfasis en la conexión entre los conocimientos informales y las soluciones intuitivas de los alumnos como puntos de partida para el aprendizaje matemático escolar. Por su propia formación, por lo general de lo formal a las aplicaciones, esta tarea no suele ser sencilla para el docente, quien no logra establecer vínculos reales entre el conocimiento situacional, intuitivo, práctico de sus alumnos y el matemático formal al que deben llegar.

Para este pasaje la RME se orienta por su teoría de niveles y modelos. La misma apoya un proceso de matematización progresiva admitiendo que los alumnos pasan por distintos niveles de comprensión[1] (caracterizados por distintos tipos de actividades mentales y lingüísticas). Estos niveles según Gravemeijer (2002:2; 1994:100) son*: situacional, referencial, de generalización y de formalización,* y están ligados al uso de estrategias, modelos y lenguajes de distinta categoría cognitiva y no constituyen una jerarquía estrictamente ordenada.

La evolución entre niveles se da cuando *la actividad en un nivel es sometida a análisis en el siguiente, el tema operatorio en un nivel se torna objeto del siguiente nivel* (Freudenthal, 1971:417).

Estos niveles son dinámicos y un alumno puede funcionar en diferentes niveles de comprensión para contenidos distintos o partes de un mismo contenido. Más que describir en forma exacta qué puede hacer el alumno en cada uno sirven para monitorear sus procesos de aprendizaje.

---

[1] La noción de *niveles en los procesos de aprendizaje* tal como es utilizada en EMR, proviene en gran medida de las ideas de Dina van Hiele (1957) y Pierre van Hiele (1973, 1985) y difiere considerablemente de la noción de *etapas de desarrollo* que aparece en los trabajos de Piaget, en particular en el sentido de que la noción de niveles está estrechamente vinculada al uso externo instrumental del lenguaje y otros medios de simbolización (por ejemplo, modelos y formas de notación), mientras que la noción de etapas remite a una transformación interna, esto es, a nivel de las estructuras cognitivas o mentales.

Los modelos y la reflexión colectiva son los instrumentos básicos para el cambio de nivel. En la EMR se respetan los modelos que surgen de o traen los propios alumnos y se acercan otros inspirados en las estrategias informales, ya sea utilizados por los estudiantes o que aparecen en la historia de la matemática (estudiados a partir de la fenomenología didáctica). Esto dista de la idea de modelizar como actividad de traducción de situaciones problemáticas a expresiones matemáticas que pueden funcionar como modelos (modelización matemática). En esta corriente el modelo es el resultado de organizar una actividad por parte del sujeto, sosteniendo una profunda implicación constitutiva entre modelo y situación. (Gravemeijer, 2002). Los modelos así pensados favorecen la matematización vertical sin obstruir, en caso de ser necesario, la vuelta a la situación que le dio origen. Poseen la flexibilidad de usarse con distinto grado de abstracción según las necesidades de cada alumno.

Esta exposición busca ejemplificar cómo situaciones que involucran precios constituyen buenos contextos para generar el análisis de las relaciones que el sistema monetario conlleva y cómo el dinero se torna un modelo útil y accesible para mejorar la comprensión de las relaciones entre las fracciones y los decimales y significar la operatoria entre los mismos.

Naturaleza del modelo del dinero

Al ser el dinero un objeto cultural de uso corriente, en la escuela se suele pensar que no hay demasiado que enseñar al respecto, sin embargo sus formas de escritura y sus relaciones internas no resultan a los niños tan transparentes como se cree. Numerosas investigaciones dan cuenta de las diferencias entre el manejo del dinero en las compras y ventas, en los cálculos de vueltos y situaciones de proporcionalidad en la cotidianeidad y lo que se espera como “conocimiento” acerca de los mismos contenidos a nivel escolar (Nunes T.y Bryant P., 1996; Nunez, 1996, Brenner, 1995; Nunes, Schliemann y Carraher, 1993; Saxe, 1991).

Desde un punto de vista matemático como sistema de medida el sistema monetario posee características específicas que no comparten otros sistemas:

- propone un método para medir el valor económico de algo mediante un sistema de unidades-patrón arbitrarias (no existe un proceso de medición efectiva de ese valor económico análogo al utilizado en otras magnitudes).
- las relaciones entre valores son tan solo simbólicas, las monedas y billetes no muestran equivalencias perceptuales (las monedas, por ejemplo, no guardan relación en su tamaño ni espesor).
- en la estructura del dinero convergen agrupamientos (equivalencias) diferentes, es decir, no mantiene una regularidad constante como el sistema métrico legal argentino (se pueden hacer agrupamientos de a 5; 2; 10-5-2 y 10). La posibilidad de admitir agrupamientos de 10 en 10 es lo que permite que se utilice el dinero como modelo del sistema posicional decimal. Por ejemplo: $137, 45 = 1billete de $100, 3 de $10, 7 monedas de $1, 4 monedas de 10ctvs. y 5 monedas de 1ctv. El sistema monetario así pensado permite modelizar la escritura de números naturales partiendo de los centavos como unidad, como números con coma, considerando una parte entera ($) y otra parte decimal (centavos).
- posee una estructura discreta o discontinua, mientras que el conjunto de los números decimales (racionales o reales) es denso o continuo (pues entre dos decimales caben infinitos). El dinero no permite una modelización isomorfa con el conjunto de los decimales (racionales), ya que por ejemplo, el decimal 2,53 se representa con dinero de igual forma que los números 2,534 ó 2,533 ó 2,532222, etc., acudiendo a aproximaciones por redondeo o truncamiento (2,50 o 2,55), en tanto no hay en el uso corriente monedas con valores menores a 5 ctvos. Por ejemplo: si quisiéramos pagar una pegatina cuando 10 pegatinas cuestan 55 ctvs. dispondríamos de cómo hacerlo, ya que existen monedas (escasas) de 5 ctvs, pero si el valor fuera 58 ctvs no podríamos hacerlo pues ni disponemos de monedas de 1ctv. (Esto puede llevar a la discusión de la realidad actual en que el faltante de monedas ocasiona serios trastornos obligando a redondeos por exceso (o por defecto) que merecen ser estudiados por los mismos alumnos).

Sin embargo, tomando en cuenta estas limitaciones, el dinero además de su valor práctico en la vida real, por su estructura puede constituirse en un modelo o herramienta poderosa para establecer relaciones con sentido entre las fracciones, los decimales y los porcentajes.

A continuación se detallarán dos secuencias bien diferentes seguidas en distintas aulas: en la primera se rescata el conocimiento informal de los alumnos acerca del dinero y la forma de representar e interpretar cantidades del mismo expresadas en forma decimal, para luego utilizarlo como modelo para representar fracciones, significarlas y operar con ellas; en la segunda la docente, habiendo introducido las fracciones, usa el dinero como puente entre ellas y la escritura decimal y como referente al que se le aplica un operador fraccionario.

LA EXPERIENCIA EN LA ESCUELA A.

Los niños de 6º grado de esta escuela provienen de barrios urbano marginales, en un alto porcentaje con necesidades básicas insatisfechas (NBI), y poco seguimiento de sus padres de sus aprendizajes escolares. Al preguntar a los docentes sobre las dificultades de sus alumnos, admiten que cerca de un tercio del alumnado conlleva trastornos serios en el aprendizaje de esta disciplina y, de los materiales analizados (cuadernos y planificaciones), se infiere una enseñanza tradicional del cálculo en la escuela. A partir del año 2003 se ha comenzado un proyecto para apoyar a los docentes en una mirada renovada de la aritmética desde la línea de la EMR. Los alumnos habían trabajado con fracciones en problemas de reparto equitativo.

PRIMERA PARTE: ***Lectura y escritura -comparación - operaciones con precios***

El primer paso realizado por la maestra consistió en revisar qué conocimientos traían los alumnos acerca del dinero a partir de una situación de la cotidianeidad. Para esto les presentó una revista de un supermercado; con artículos y precios, proponiendo a los alumnos distintas actividades con el fin de ver cómo leían precios, qué significado poseía la coma, si podían comparar precios, ver la diferencia entre los valores escritos y cómo se opera con ellos en la realidad y las relaciones de proporcionalidad costo-cantidad. Esta instancia de trabajo estaría entre el nivel *situacional* y el *referencial*, en tanto la lectura de un folleto con ofertas proviene de las necesidades de la vida real, mientras que el análisis que va proponiendo la docente instala al trabajo en el nivel referencial, donde se comienzan a analizar las propiedades mismas del modelo-dinero en su representación escrita.

A continuación se presentan extractos de una observación de clase que dan cuenta de lo realizado por los alumnos y las intervenciones de la maestra para rigorizar expresiones y cálculos:

Observación 6º grado – Escuela A **10 de septiembre de 2003**.
(Se ha distribuido a los alumnos la revista del Supermercado La Anónima. La han hojeado y hecho varios comentarios y comienza el interrogatorio de la maestra) Ma: Ahora yo quiero que se fijen y abran la revista en la sección de almacén…Aparece un dibujo grande a la izquierda. Al: Puré de tomate. Ma: ¿Qué precio tiene? Als: **Uno cero cinco** (¿lectura extraescolar?). Al: Está de oferta. (La maestra escribe 1,05 en el pizarrón) Ma: Sí, está de oferta. ¿Hay otra cosa en oferta? Al: El aceite. Al: Está a **tres diecinueve.** (La maestra escribe en el pizarrón 3,19) Ma: ¿Qué significa el 3 y el 19? Al: **Tres pesos con diecinueve centavos.** …… Ma: ¿Qué producto de estos sale menos que un peso? Al: Las arvejas. Ma: Decí el precio. Al: **Ochenta y cinco centavos.** ……. Ma: Ahora ¿qué productos salen entre un peso y uno cincuenta? Al: Vinagre…**uno veintinueve.** Al: Yerba…**uno veinticinco**. …. Ma: Hay alfajores. ¿Por cuánto vienen? Als: Por seis. Ma: Uno es de mousse de chocolate y otros de dulce de leche…(Los chicos comentan cuál les gusta más). Ma: Vamos a ver... ¿Cuánto valen los Milkamousse? Al: **Tres con cuarenta y nueve**. Ma: ¿Y los otros alfajores? Al: **Tres con diecinueve.** Ma: ¿Cuál es la diferencia entre Milkamousse y Milka dulce de leche? Al: **Le suben treinta centavos.**

Ma: ¡Ahí redondeaste! ¿Cuánto le aumentaste?
Al: **Tres cincuenta…tres veinte.** Es a lo que me llevan cuando compro.
….
Ma:¿Cuáles galletitas tienen **la parte entera**, el número más grande, mayor?
Al: Panchitas.
Ma: ¿Cuánto pagan? (Silencio)
Al: **Tres sesenta y cinco**.
Ma: (La maestra escribe en el pizarrón 3,65)
Ma: ¿Cuál es **la parte entera**?
Al: **Sesenta y cinco.**
Als: **¡¡¡Tres!!!**
Ma: Los 65 ¿qué son?
Al: **Centavos.**
Ma: (Subraya 65) **Esta parte es decimal.**
¿Qué producto tiene la parte entera igual a 3?
Al**:** Nombra un artículo de 2,99 diciendo directamente**: Tres pesos.**
Ma: ¿Posee la parte entera exactamente 3?
Al: Dos
Ma: ¿De parte entera 2?(la ma. les pide que busquen precios de parte entera 2)
Al: Gallo María (No es correcto porque su precio es $0,75)
Ma: ¿Tiene parte entera 2?
Al: **Cero setenta y cinco …tiene parte decimal.**
……………………….
Ma: Ahora…una persona fue e hizo una compra de estos productos que les voy a entregar.
Ustedes van a hacer cómo hace la máquina registradora, sin redondear (reparte papeles grandes a cada grupo con propagandas de artículos pegados).
………………………………………..
Pasa Elías al pizarrón y escribe , omitiendo las comas:

23
299
199
105
<u>068</u>
671

E: ¿Está bien, maestra?
Walter pasa al frente y escribe:

2,3
2,99
1,99
1,05
<u>0,68</u>
6,71

Elías: **Da lo mismo**. (Agrega las comas en su cálculo)
Als: (Pasan al pizarrón representantes de otros grupos y escriben sus cuentas correctamente)
….
Ma:¿Cuánto salió?
Al: **Ocho con cincuenta y ocho.**
Ma: ¿Cuánto piensan que le van a cobrar?
Al: **Ocho con sesenta.**
Ma: Si pagó con diez pesos ¿cuánto le va a dar de vuelto?
Al: **Un peso con cuarenta.**
Ma: ¿Cómo lo pensaste, Karina?
Karina: **Sesenta centavos hasta llegar hasta 100 que vendría a ser un peso y después un peso para llegar a 10.**

Del análisis de esta observación se desprende cómo los alumnos poseen una lectura de los precios que no responde al sistema posicional (criterio escolar), ya que mencionan cada cifra por separado por su valor absoluto o bien, separan la parte entera de la decimal, pero sin dar los valores relativos (pesos, centavos), de acuerdo a la forma de expresión de uso generalizado fuera de la escuela. La maestra procura significar su escritura, cuestionándolos sobre el uso de la coma para separar la parte entera de la decimal, pero sin trabajar equivalencias. Si bien los alumnos reconocen estas partes a nivel escrito, a nivel oral se observa en el registro, que desechan la primera versión (nombrar cifra por cifra); pero siguen utilizando su forma de expresión habitual y <u>la docente también se pliega a ella.</u> Se observa además que los alumnos pueden comparar y sumar precios y reconocen cómo se redondean los mismos en la realidad.

***SEGUNDA PARTE*: El sistema monetario y su relación con expresiones decimales y fracciones**

El objetivo de esta parte de la secuencia es que los alumnos establezcan relaciones entre las partes de $1 tomado como entero, indicadas por las distintas monedas de curso legal. En esta etapa la docente promueve la reflexión, explicitación y simbolización de relaciones que se dan dentro del modelo mismo del dinero. Es una etapa de tránsito entre *el nivel referencial* (ya que los alumnos a menudo se mueven con su experiencia cotidiana al respecto) y el de *generalización* de las relaciones internas (donde pueden trabajar con los números decimales sin remitirse o referirse a un precio). Se inicia la clase estableciendo relaciones entre el peso y las monedas con preguntas como:
¿Qué parte del peso son 50 ctvs.? ¿En cuántas partes está partido el peso o cuántas veces entra 50 ctvs. en un peso?¿Cómo escribimos que 0,50 es la mitad de 1?
¿Qué parte del peso es 0,25? ¿En cuántas partes está partido el peso? ¿Cuántas tomo?
¿Cuánto (remite a una cantidad, no a una parte) será un décimo? ¿Y un centésimo?
¿Cuánto será un quinto? (Los chicos enseguida contestaron 0,20 centavos. No surgió el cuestionamiento de que no hay monedas de 20 centavos) *¿Hay monedas que representen un quinto del peso? Si las hubiera, ¿en cuántas partes estaría partido el peso?*

A partir de lo que van diciendo los alumnos se confecciona el siguiente cuadro en el pizarrón:

FRACCIÓN	***ESCRITURA DECIMAL***
$ 1	$1
½	0,50
¼	0,25
1/5	0,20
1/10	0,10
1/20	**0,05**
1/100	0,01

***TERCERA PARTE*: El dinero como "*modelo de*" expresiones decimales y fracciones**

En esta fase, los alumnos son capaces de traducir expresiones decimales a fraccionarias en base a su conocimiento del modelo-dinero, pensándolas como precios. Por ejemplo:

0,50 = ½ = 1/4 + ¼ = 5/10 = 50/100 (Ju)
0,75 = ¾ = ¼ + 1/4 + ¼ = ½ + ¼ = 1 - ¼ = 7/10 + 5/100 = 75/100 (Ca)
1,25 = 0,50 + 0,50 + 0,25 = ½ + ½ + ¼ (Na)
1,25 = 100/100 + ¼ ó 100/100 + 25/100 ó ½ + ¼ + ¼ + 1/10 + 1/10 + 1/20
ó 50/100 + 25/100 + 25/100 + 10/100 + 10/100 +5/100 (Pa)
1,59 = ½ + ½ + 1/2 + 9/100 (Mat)
1,59 = $1 + $0,50 + $0,09 (Deb sigue pegada a la descomposición decimal tradicional)
1,59 = ½ + ½ + 1/ 4 ½ + 1/ 4 ½… "*el 9 está repartido*" (escritura incorrecta de Sol)

En el siguiente fragmento de la observación de clase del 19 de septiembre, los alumnos alternan entre el conocimiento adquirido de los números decimales (décimos, centésimos y sus formas fraccionarias) y el uso del dinero como referente para la escritura de fracciones. También se observan algunas dificultades detectadas en la lectura de las fracciones, que se superan a partir del mismo modelo (*100 centavos…10 centésimos; un medio menos un décimo…50 centavos menos 10 centavos)*

M: *¿Cómo puedo escribir este número (1.59) de distintas maneras usando fracciones?*
(Anota en el pizarrón 1,59)
Al1: Lee ***uno coma cincuenta y nueve***; y comienza a dictar *1,59 = 100/100…* y dice ¨***cien-cien***¨ (por el 1 = 100/100)
La maestra escribe: 1,59 = 100/100 +
M: *¿Cómo se lee?*
Al: ***100 centavos***
M: *¿Cien centavos o qué?*

(Silencio)

M: *¿Esto qué era?* (Escribe en el pizarrón 1/10 = 0,10)

Al1:***Un décimo***

M: *¿Entonces esto qué es?* (señala 100/100)

Al2: ***Cien centésimos***

Al1: Continúa dictando: ***100/100 + ½ + 1/20 + 4/¨cien¨***

M: *¿Cuánto?*

Al1: ***Cien… ¡centésimos!***.

M: Entonces *¿cuánto era esto?* (La maestra va señalando fracción por fracción de las dictadas por el alumno)

Al1: (Lee) ***Un peso más cincuenta centavos más 5 centavos*** **más…** (se detiene)

M: *¿Más cuánto?*

Al2: ***Cero coma cuatro*** (la maestra registra en el pizarrón 0,4)

Al3: ***Cero coma cero cuatro*** (la maestra registra en el pizarrón: 0,04)

Al1:(Repite) ***Un peso más cincuenta más cinco***

M: *Hasta acá uno coma cincuenta y cinco?* (Señala 100/100 + ½ + 1/20) ***¿ y 1,55 + 0,04?***

Al3: **Uno coma cincuenta y nueve** (La maestra escribe el resultado a los alumnos en el pizarrón)

M: *Y el otro número que dijeron, 0,4 ¿cómo lo puedo escribir?*

Al4*:* ***4 décimos***

M (escribe 4/10)

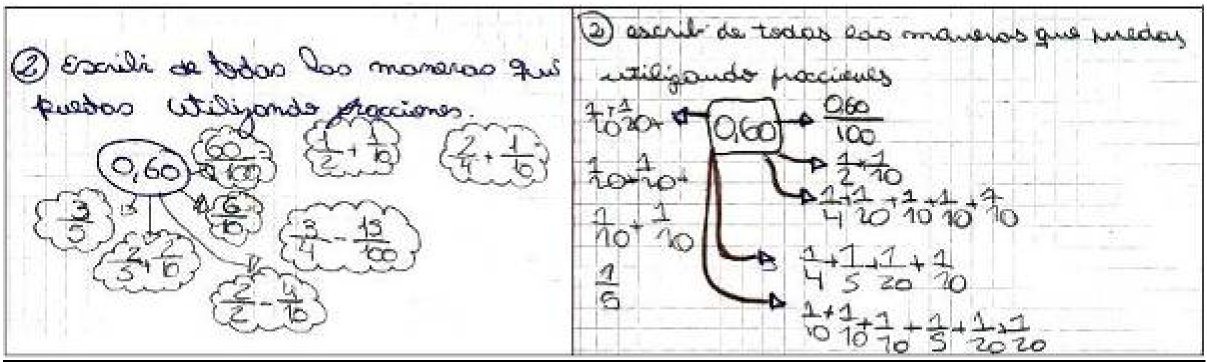
Al5: ***Un medio menos un décimo***

M: (Escribe ½ - 1/10) ¿Cuánto es?

Al4: ***50 centavos menos 10 centavos… 40 centavos. Lo hice por resta.***

En las figuras siguientes se presenta un problema muy interesante y escasamente dado en la escuela que solicita escrituras fraccionarias diferentes para un mismo número decimal (Fig.1). Ambas resoluciones muestran el apoyo sobre la estructura del dinero.

FIGURA 1



CUARTA PARTE: El dinero como *"modelo para"* ***resolver problemas en otros contextos.***

A continuación se presentan ejemplos de problemas clásicos (de contextos de la medida o puramente matemáticos) donde puede apreciarse cómo los alumnos utilizan el modelo del dinero para significarlos y resolverlos. Los alumnos ya trabajan a nivel de generalización transfiriendo el uso del modelo a situaciones ajenas a él (Fig.2 y 3). Si bien traducen el problema a dinero saben que es solo un intermediario y en sus respuestas recuperan el contexto (litros o jarras) sin dificultad.

FIGURA 2

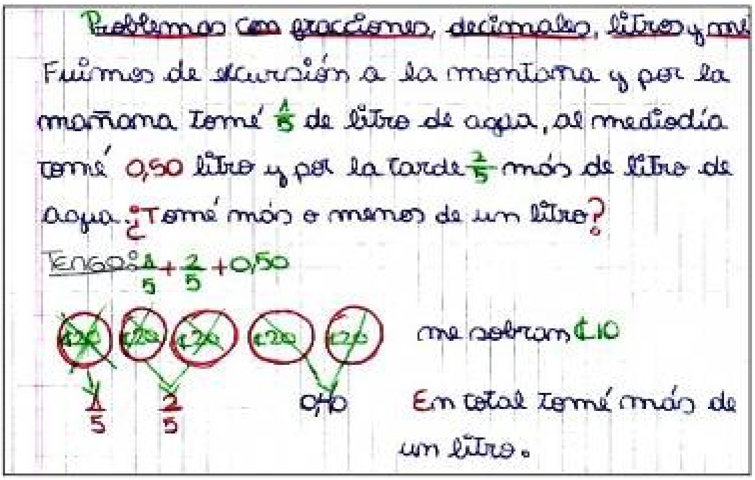
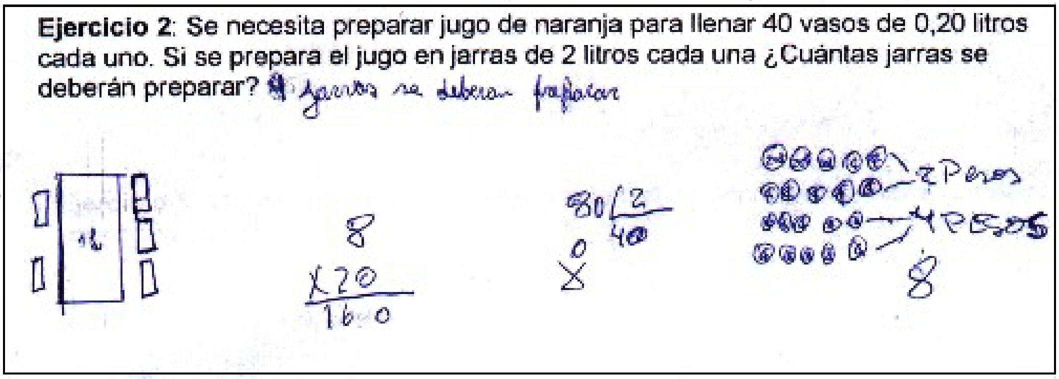


FIGURA 3



Al año siguiente (2004) y en ocasión de una entrevista a El. (al de 6º año del 2003) se le proponen situaciones con fracciones. En sus producciones se puede ver cómo el dinero sigue siendo para él un modelo útil para operar con números decimales, tanto a nivel mental como escrito.

Entrevista a El. (Alumno de 7º grado, 24 de septiembre 2004)

Ejercicio 32: El. Debe resolver un problema de encuestas en que debe sumar ***1/6 más 2/5***.
Inmediatamente traduce estas fracciones en términos de dinero diciendo: "*necesito saber cuánta plata…quiero saber cuánto es 1/6 en plata…*"
"*2/5 es 0, 40*"(lo escribe rápido a medida que dice "*40 ctvs*".) porque "*1/5 es 0,20,…20ctvs*")
"Para 1/6 no hay monedas pero 1/3 es 33 ctvs. y 1/6 es la mitad o sea 0,16 y medio ctvs" *y "eso sería 15ctvs o 20ctvs"* (redondea por la no existencia de monedas).
Finalmente 1/6 + 2/5 lo expresa como 0,165 + 0,40. Suma 0,565 e inmediatamente dice *"55ctvs"…"es más de la mitad"… "es casi ½"…* "*es casi 3/5 que es 0,60 o sea 60ctvs"*
Entrev.*:¿Qué porcentaje es 0,60ctvs de $1?*
No contesta. La entrevistadora traza una tabla y pone $1/ $0,60 y El. enseguida completa $10 y $100 y sus correspondientes valores proporcionales.

$1	*$10*	*$100*
$0,60	*6*	*60*

Luego se encuadra dentro del contexto del problema diciendo:
"Es el 60% y entonces no contestó la encuesta el 40%"(Respuesta al problema)

Ejercicio 33. En un porblema que dice que José tomó 2/3 litro de leche y Julio ¾ litro ¿Quién tomó más? ¿Cuánto tomaron entre ambos?

El. dice "*2/3 es 0,66 y ¾ es 0,75"* (lo hace inmediatamente)
José tomó 0,66 de leche. Julio. tomó 0,75. Ju. tomó más leche (primera respuesta solicitada)
Como se le pedía cuánta leche tomaron entre los dos hace:
Hace*"0,66 + 0,75 = 1,41 sería aproximadamente 1l y ¼…. No porque 1l y 1/4 sería 1,25 y es más que eso, es casi 1l y ½"*
La diferencia al medio litro la calcula mentalmente "*0,09 = 9/100"*

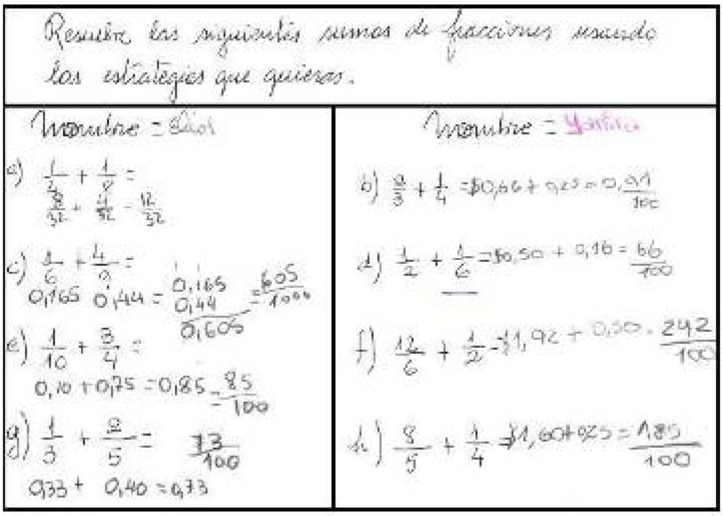
Entrevist.: "¿Cómo escribo 1,41 como fracción? Piensa y escribe:
"1 + 0,40 + 0,01 = 1 + 2/5 + 1/100 = 100/100 + 40/100 + 1/100 = 141/100"

En la Figura 4 se muestran dos niveles del trabajo de alumnos de 7º año que resuelven una actividad de suma de fracciones.

El. ya trabaja a nivel formal, pasando las fracciones a valores decimales en base a algunos referentes decimales que ha logrado memorizar a partir del trabajo con el dinero y otros que construye sin dificultades, aplicando propiedades del mismo (por ejemplo el valor 0,33 ya es conocido por ellos a partir de dividir el entero $1 en tres partes, lo que da 0,333 centavos que aproximan a 33 centavos; 1/6 como es la mitad de 33 centavos lo expresan como 0,165).

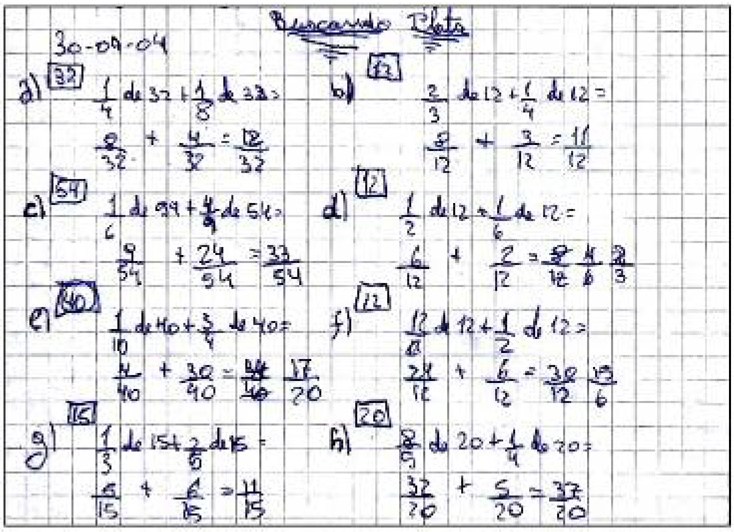
En el caso de Ya. vemos cómo necesita expresarse todavía en base al modelo del dinero; bajando así, al nivel referencial. Comete errores cuando la traducción a monedas no es directa, por ejemplo, al hacer 12/6 en lugar de simplificar por 2 hace 0,16 por 12 y multiplica mal. Ambos alumnos también usan la equivalencia de fracciones en algunos casos, ya que están comenzando a trabajar las operaciones con fracciones a partir de este procedimiento más abstracto.

FIGURA 4



La Figura 5 muestra una ejercitación de suma de fracciones que Ant. resuelve pensando que estas fracciones se comportan como operadores sobre una cierta cantidad de dinero (múltiplo de los denominadores!). Es decir, utiliza una cantidad de dinero como cantidad mediadora (no es ¼, sino ¼ de una cierta cantidad de plata). El mismo alumno eligió el título de su trabajo que sintetiza su estrategia de pensamiento.

FIGURA 5



En esta escuela el dinero fue el anclaje que tuvieron los alumnos para pasar de fracciones a decimales y viceversa. Lamentablemente, este trabajo se comenzó a hacer recién en 6º año. Sin duda que si se hubiese comenzado anteriormente, estos alumnos podrían haber llegado a un nivel superior similar al que se ejemplifica con la experiencia siguiente.

LA EXPERIENCIA EN LA ESCUELA B.

La Escuela B es un colegio de doble escolaridad al que asisten alumnos de clase media. Desde lo institucional se cuenta con una gran variedad de recursos para el trabajo en el aula. La síntesis de la experiencia que se presenta abajo se desarrolló en dos divisiones de 5º año de primaria, un total de 38 alumnos.

En este caso, el uso del modelo del dinero se introdujo en diferentes circunstancias a las presentadas en la experiencia anterior. En ambas divisiones, se venía llevando a cabo una secuencia de enseñanza aprendizaje de las fracciones[2] y se planteó a partir de repartir equitativamente una cierta cantidad de dinero entre un número determinado de personas, estableciendo equivalencias entre la cantidad de plata que cada uno recibe (número decimal) y la fracción que esto representa. Previo a esto se habían utilizado fracciones aplicadas al dinero como operador (una fracción de cierta cantidad de dinero, por ej.: ¾ de $12, como lo utilizara Ant. en el ejemplo anterior)

Ejemplo de problema en los dos cursos:

La conexión decimal
Después de participar en un festival, los distintos grupos de chicos se reparten las ganancias:

a) $3 para un grupo de 4 chicos
b) $7 para un grupo de 2 chicos
c) $2 para un grupo de 4 chicos
d) $6 para un grupo de 8 chicos
e) $10 para un grupo de 8 chicos
f) $9 para un grupo de 5 chicos
g) $8 para un grupo de 4 chicos

¿Qué fracción de un peso (o pesos) recibió cada chico en cada grupo?
¿Cuánto dinero es?

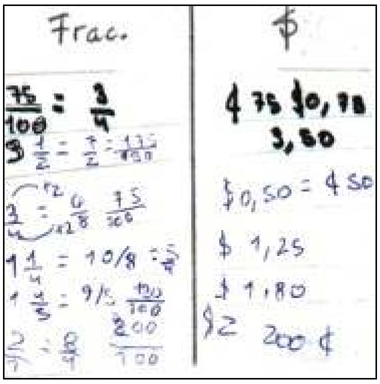
Mientras trabaja cada uno en su carpeta, se pueden recoger distintos comentarios:

[2] La secuencia didáctica trabajada tomó como eje vertebrador el trabajo de Streefland (1991), el cual propone abordar la enseñanza/aprendizaje de las fracciones a partir de situaciones de reparto equitativo y distribución, en lugar de las clásicas situaciones parte-todo (que ya habían trabajado en años anteriores y se volvieron a trabajar en este grado posteriormente). Este enfoque, más próximo a situaciones que manejan los alumnos a diario en su vida cotidiana les permite establecer fácilmente conexiones entre los conceptos de división, fracción y razón.

Jua*:¡Qué suerte los de la dos, son $7 para dos!* (situación B)
Fac*:¡Qué fácil! ¡ya sé cuánto es!* (sit. C)
Em*:¡Qué mala suerte!*
Ju: *Los que menos reciben...* (sit. D)
Juani*:¿Y cuánto es $3,50* (dice tres con cincuenta) *en fracción?*
Cat: *Ponélo como número mixto.*
Ju: *Ah, sí.*
En general primero buscan la cantidad de dinero (pregunta 2) y después pasan a fracción. Por ejemplo:
No: (Para la sit. A) ¡*75 cuartos no!*
D: *¿Y de cuánto es 75?*
No.: *Ah, 75 de 100*. ¡Ahí está la fracción!
Ar.: *En la uno* (sit.A) *y en la cuatro* (sit. D*) son lo mismo, porque son $3 para 4 chicos y en la cuatro es el doble de plata y el doble de chicos, así que son equivalentes.*
Ca.escribe: *Mi estrategia es por ejemplo si son $3 transformarlo en ¢300 y dividirlo por cuatro = 0,75. Que ¢100 : 4 = $0,25= ¼. 0,25 + 0,25 =0,50 y 0,50= ½ y 0,50 + 0,50 = 1 entero.*

El cuadro de una alumna queda completo de esta manera (Fig. 6):

FIGURA 6



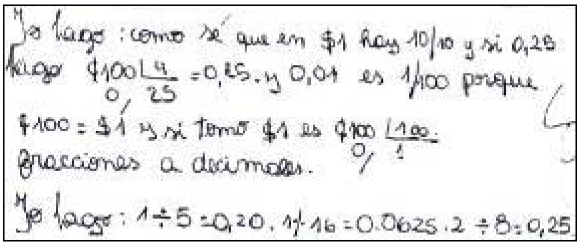
Los alumnos de estos grupos poseen un manejo bastante fluido de las fracciones y sus relaciones y pueden establecer conexiones rápidamente con el dinero. La ejercitación tenía otros ítems y es interesante lo que los chicos escriben en el punto 7 (se pide que escriban un párrafo), ya que permite clarificar la estrategia que utilizan para manejar el pasaje de fracción a decimal y viceversa. Abajo (Fig. 7) se transcribe un ejemplo de cómo los chicos evidencian su idea de que la fracción implica una división que, si se efectúa, permite llegar al número decimal equivalente, teniendo en cuenta el modelo del dinero.

FIGURA 7

3. Algunos expresan sus ganancias como fracciones. ¿Cómo podrías usar la calculadora para convertir fracciones en decimales?
4. Alguien dijo:-"Gané veinte centavos." ¿Qué fracción de un peso ganó?
5. Calculá la fracción de un peso para cada una de las siguientes cantidades:
   a) $0,25
   b) $0,10
   c) $0,01
   d) $0,40
6. Calculá los decimales equivalentes a cada una de las siguientes fracciones:
   a) 1/5
   b) 1/16
   c) 2/8

7. Escribí un párrafo que describa cómo convertiste fracciones en decimales y cómo convertiste decimales en fracciones. Incluí ejemplos.

FIGURA 7



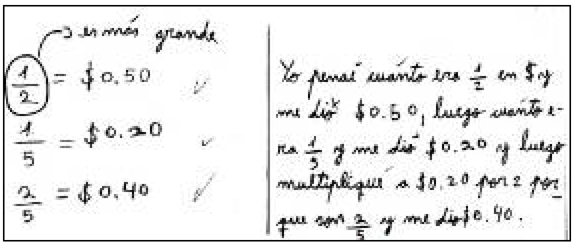
Todo modelo es un recorte de la realidad matemática pura y es importante reconocer sus limitaciones.

La docente de 5º grado sabiendo esto propone a sus alumnos una interesante actividad al respecto y relata:

Luego de hacer una puesta en común de cada punto, se armó un resumen en un afiche para el aula, acerca de cómo convertir fracciones en decimales y viceversa incluyendo la división del numerador por el denominador. Se siguió trabajando con diferentes situaciones problemáticas de fracciones y decimales, pasando de contextos cotidianos (como recetas) a contextos puramente numéricos haciendo uso de distintos modelos según sus ventajas y desventajas, y reflexionando explícitamente sobre este punto con los alumnos. De esta manera y con situaciones que los conflictuaban desde el uso de algún modelo en especial, los chicos pudieron ir encontrando las limitaciones de cada modelo trabajado (surgidos de contextos usados anteriormente) y aprendiendo a prestarle atención a los números involucrados para seleccionar el modelo más apropiado. Por ejemplo: en una situación de comparar el trayecto recorrido por dos personas diferentes (4/5 y 5/3), se les preguntó si no se podía comparar con el modelo de la plata para averiguar quién había caminado más. Un alumno responde:- No, porque para 3 no es bueno con la plata. Otro agrega:- Da coma tres- tres- tres- tres.

Frente a otro problema: "Compará ½ y 2/5" An. demuestra cómo el modelo del dinero es más útil o conveniente para encontrar la respuesta (Fig. 8).

FIGURA 8



El uso del dinero ("*pensar en plata*" según los chicos) se instaló como una posible estrategia para resolver situaciones de comparación y operación con números decimales y fraccionarios, ya que se tornó un modelo útil y accesible para significar y solucionar problemas. Este trabajo de reflexión y análisis de las posibilidades y limitaciones se realizó con los distintos modelos utilizados por los chicos, uno de los cuales era el del dinero.

Abajo se muestran los listados de modelos con los que contaban los chicos a la hora de: comparar fracciones (Fig. 9) y "combinar" (operar) fracciones (Fig.10), entre los cuales figuraba el del dinero.

FIGURA 9

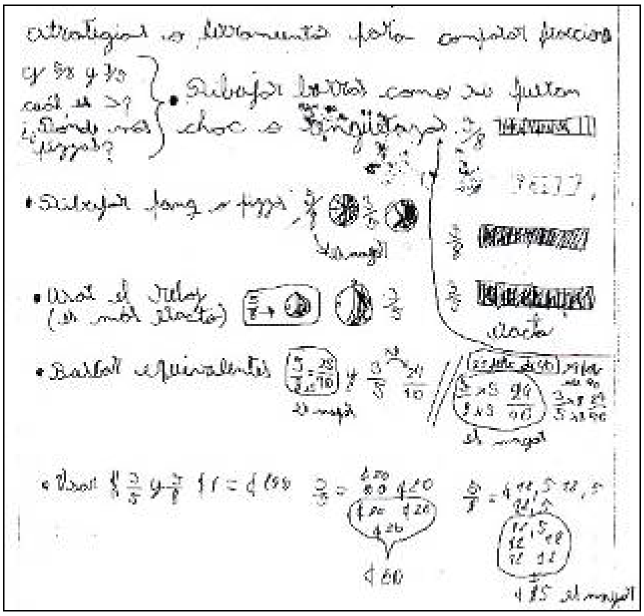
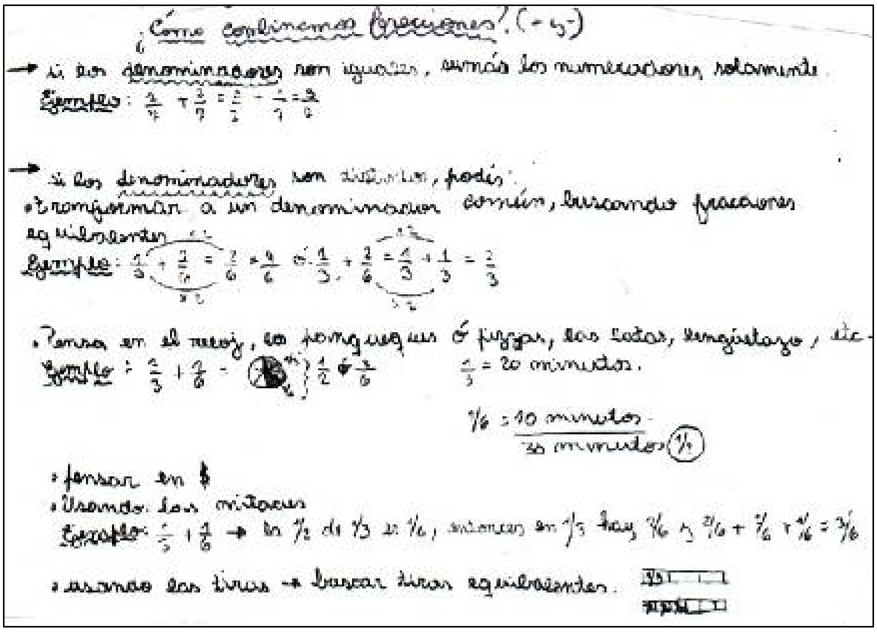


FIGURA 10



CONCLUSIONES:

El dinero debe ser trabajado en la escuela en sus propiedades específicas para poder leer, escribir, comparar y operar con cantidades y no suele bastar para esto el uso extraescolar que el alumno posee de él, aunque esto constituye un buen punto de partida. A través de lo expuesto se ven además, otras posibilidades de uso didáctico del mismo. Es posible tornarlo un buen modelo (en tanto es concreto, imaginable y comprensible para todos) para poder iniciar el proceso de representación y significación de los números racionales positivos, tanto en su expresiones fraccionaria como decimal. Se podrá objetar que es un modelo incompleto, en tanto discreto, y que, por lo tanto, puede conducir a errores conceptuales ya que limita las posibilidades de representación de este tipo de números. Sin embargo, lo que hemos visto es que cuando los alumnos comprenden las relaciones del sistema monetario y conectan sus distintas formas de escrituras equivalentes, ya son capaces de transferir sus conocimientos a otros números, no representables por monedas, admitiendo la posibilidad de establecer relaciones similares entre ellos.

Es necesario aclarar que no se ha usado solamente el sistema monetario para introducir a los alumnos en el estudio de las fracciones y los decimales en forma simultánea, sino que este trabajo se ha acompañado con los clásicos modelos visuales de área, los problemas de reparto equitativo y de medida, entre otros, pero son muchísimas las ocasiones que recurriendo al dinero encuentran sentido a expresiones (fracciones o decimales) que en su expresión puramente matemática no alcanzan a imaginar.

***BIBLIOGRAFÍA*:**

BRENNER M (1995): Meaning and money. University of California. USA.

NUNES T., SCHLIEMANN A. Y CARRAHER D. (1993): Street Mathematics and School Mathematics. Cambridge University Press. New York.

NUNES T.(1996): Mathematics Learning as the socialization of the mind. ICME. July. Spain.

NUNES T. , BRYANT P.(1996): Children doing mathematics. Blackwell Pu. Inglaterra.

FREUDENTHAL, H. (1973). Mathematics as an Educational Task. Dordrecht: Reidel.

SAXE G. (1991): Culture and Cognitive Development. Studies in mathematical Understanding. L. Erbaulm Associates. London.

DICKSON L., BROWN M., GIBSON O. (1991): El aprendizaje de las matemáticas. Ed. Labor. España.