

UN ROMPECABEZAS CLÁSICO DE LA E.M.R.

El rompecabezas de 7 piezas de van Hiele

Betina Zolkower - Ana Bressan

G.P.D.M.

Pierre van Hiele en el artículo¹ citado al pie escribe: “Para los niños la geometría comienza como un juego. A través de actividades lúdicas como mosaicos: bloques con un patrón o cerámicos con un diseño, puzzles como los tangrams o con los mosaicos de siete piezas que se muestran en la figura 1 se pueden proveer instrucciones ricas y estimulantes. Los maestros podrían preguntar: “¿Cómo pueden los niños usar mosaicos y qué geometría aprenderían?”

A continuación se presentan actividades elaboradas en base al texto de van Hiele para trabajar en las aulas con su rompecabezas de 7 piezas (fig.1).

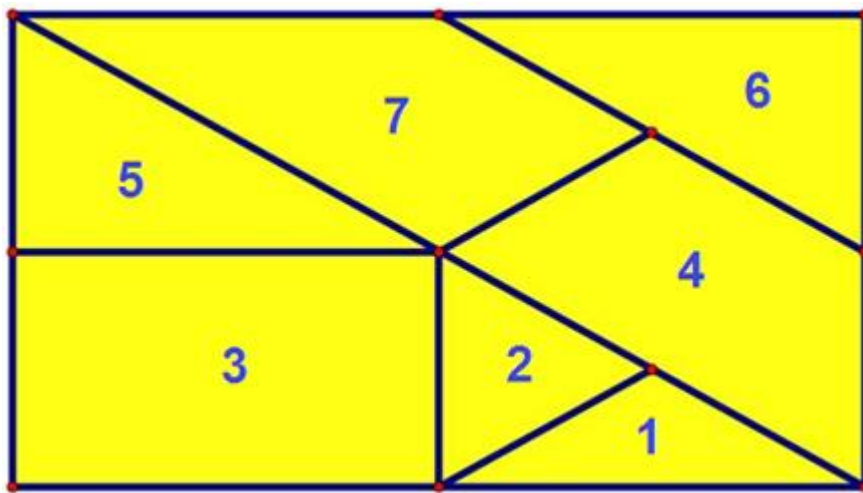


Fig. 1: Rompecabezas de mosaicos de van Hiele

Tomando contacto con el rompecabezas de 7 piezas

1) Repartir las 7 piezas de la figura 1 a cada alumno. ¿Qué pueden hacer con las piezas recibidas? Dar tiempo para jugar libremente con las piezas del rompecabezas creando diferentes objetos (por ejemplo, casas, personas, otras figuras geométricas diseño de objetos abstractos, etc.). Destacar que los lados deben coincidir en toda su longitud

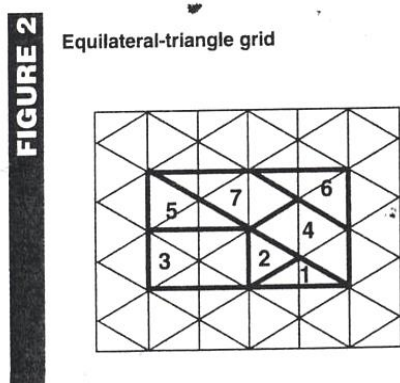
¹ cf. van Hiele, Pierre, “Developing geometric thinking through activities that begin with play”, *Teaching Children Mathematics*, February 1999, pp. 310-6.

cuando se los unen (Pueden usar las piezas del anverso y del reverso)

2) a. *Armad un rectángulo usando las 7 piezas (con o sin modelo presente). ¿Hay un único rectángulo construible con estas 7 piezas? Compara tu rectángulo con los de tus compañeros.*

b. *¿Qué figuras reconoces en este rompecabezas? (Depende de los conocimientos de los alumnos las posibilidades de reconocer las distintas figuras. Posiblemente puedan reconocer los triángulos y el rectángulo. El docente podrá dar los nombres de las figuras restantes: trapecio y trapecio isósceles. (A medida que sea posible se han de usar los nombres de las figuras en lugar de sus números. Más adelante se indagará las propiedades de cada figura)*

b. *Reproducir este rompecabezas rectangular en papel triangular o isométrico (se adjunta una hoja al final) con la orientación que aparece en la figura 2. Este papel está teselado (embaldosado) con triángulos equiláteros).*



3) *Ahora que tienen el rompecabezas rectangular, pueden practicar el dibujo de cada una de las siete piezas por separado contorneándolas o dibujándolas sobre papel triangular.² (El contorneo suele surgir en forma natural en los niños pequeños, en niños mayores conviene el dibujo en papel triangular para apreciar mejor las propiedades de las figuras).*

Profundizando figuras: lados y ángulos

4) *Construir casas de diferentes formas y tamaños. Por ejemplo:*

- una casa alta pero estrecha con solo dos piezas y luego, la misma casa con solo tres piezas;
- una casa baja y ancha con dos piezas *¿Puede ser hecha la misma casa con tres piezas?*
- una casa distinta a las anteriores con tres piezas. *¿Puedes hacer la misma casa con otras piezas?*
- una casa con cinco, seis piezas, etc.

Para poder comparar las distintas casas contornee o dibuje cada una en papel triangular antes de desarmarla e indique qué piezas la integran. (Las piezas deben estar siempre con los números hacia arriba y tener congruentes los lados comunes por donde se unen)

- *construir una casa o forma cualquiera con dos, tres o cuatro piezas, contornearla en una tarjeta y pasarla a un compañero para que encuentre las piezas con que fue construida. ¿Hay varias formas de hacerlo? (Los alumnos crean rompecabezas para que otros los resuelvan)*

5) *Usar dos o más piezas para hacer otra pieza del rompecabezas. ¿Qué piezas no*

^{2 2} Pueden descargar e imprimir más hojas de papel isométrico como el que se adjunta al final de este práctico en: <http://www.teachervision.fen.com/geometry/printable/6186.html> ; <http://www.waterproofpaper.com/graph-paper/isometric-dot-paper.shtml>

pueden ser hechas combinando otras piezas del rompecabezas? ¿Por qué? (Pueden cubrir la pieza mayor con las más pequeñas). Usar el papel triangular para dibujar la pieza indicando los números de las piezas que la integran.

6) *¿Qué deben cumplir las piezas para coincidir con otra o con partes de ella? Analiza los lados y los ángulos en esas piezas).*

7) *Compara los ángulos sin usar el transportador y justificando cada respuesta:*

- *¿Qué ángulos diferentes se pueden encontrar en todo el rompecabezas? (El lenguaje inicial de los niños será informal: dirán *punta cuadrada*, por ejemplo, para los ángulos rectos, pero los docentes irán introduciendo paulatinamente los términos convencionales)*
- *¿Cuál es el ángulo mayor? ¿Cómo lo sabes?*
- *¿Qué se puede decir de los ángulos en cada pieza? (Si los alumnos saben que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180°, podrán sacar el valor de cada ángulo en base a los de la figura 2, que por ser iguales valen 60° cada uno).*

8) *Dar a cada pieza su nombre geométrico: rectángulo (3), triángulo equilátero (2), triángulo isósceles (1), triángulo rectángulo (5 y 6), trapecio (7) y trapecio isósceles (4). Identificar y dar propiedades de estas formas en base a las actividades realizadas anteriormente. Para profundizar en las propiedades de las figuras se pueden hacer juegos como los siguientes:³*

- ✓ *Mostrar cada pieza rápidamente y ocultar. Los alumnos deben decir de qué pieza se trata y en qué se fijaron. Dicho esto se constata mostrando la pieza nuevamente.*
- ✓ *Estoy pensando en una pieza del rompecabezas. Adivinen qué pieza es. Solo puedo responderles si o no.*
- ✓ *Encontrar la figura que cumpla con... Dar tarjetas con propiedades de las figuras (tiene por lo menos un ángulo recto, tiene lados paralelos, tiene todos sus ángulos congruentes, tiene dos pares de lados perpendiculares, etc. Al principio se entrega una tarjeta por alumno para que muestre en el frente la/s figura/s con esa propiedad y diga su nombre. Luego se pueden formar grupos de a dos o tres alumnos, cada uno con una tarjeta y deben buscar la figura que responda a las dos o tres propiedades, justificando su elección y si existe o no en el rompecabezas.*

9) a. *Tomar dos piezas cualesquiera y explorar de cuántas maneras diferentes se pueden conectar (haciendo coincidir alguno de sus lados) y qué formas se obtienen en cada caso. Por ejemplo, considerar las maneras posibles de conectar las piezas 1 y 2; luego tratar de conectar la 5 y la 6 (dos formas idénticas); la 2 y la 4, etc.*

¿Qué pasa si estuviera permitido dar vuelta las piezas? (con el número hacia abajo).

Contornear las figuras obtenidas al combinar piezas o dibujarlas en papel triangular para registrar las nuevas figuras que se obtengan.

b) *Analizar las formas de las figuras obtenidas al combinar las 2 piezas (item 8), pidiendo a los alumnos que digan todo lo que puedan respecto de ellas. Ir introduciendo el vocabulario correcto para identificarlas y destacar sus elementos y propiedades: por ejemplo, es un paralelogramo porque tiene...; quedó un triángulo rectángulo escaleno porque...; sus lados son paralelos y sus ángulos rectos porque es un... (Este ítem se adaptará a la propuesta curricular del grado y a las posibilidades de los alumnos.)*

10) *Usar dos o más piezas para construir formas que no están en el rompecabezas (por ejemplo, un paralelogramo, un rombo, un trapecio más grande, un triángulo más grande, un hexágono regular, etc.). Dibujar estas formas en papel triangular.*

³ Recordar que este rompecabezas puede ser utilizado en distintos grados con distinto nivel de profundización geométrica. Se apunta a ir profundizando condiciones necesarias y suficientes de las figuras para lograr sus definiciones correctas

Semejanza de figuras

11) *Construir piezas ampliadas de una dada con las piezas restantes. Por ejemplo, si se amplía la pieza 2:*

- *¿Cuántas versiones de la pieza 2 ampliada se pueden construir? Comienza con 2 y 4. Prueba luego con las piezas 2, 4, 5 y 7? ¿Puedes ampliar la pieza 2 usando las 7 piezas? ¿Qué relación guardan los lados de cada ampliación con los de la pieza 2? ¿Y los ángulos?*

- *¿Cómo se reconoce que una nueva pieza es una ampliación de la original? Explorar cómo ampliar la pieza 4 y luego, la 5 o la 6.*

¿Cuáles de estas piezas no pueden ser ampliadas usando otras piezas del rompecabezas?

12) *Usar papel isométrico para construir una versión ampliada del rompecabezas. ¿Cómo se puede estar seguro que lo construido es realmente una versión ampliada del original?*

Perímetro y área

13) *Usar seis piezas para hacer un paralelogramo:*

- *con el mayor perímetro posible.*

- *con el menor perímetro posible. Justifica en cada caso tu construcción.*

14) *Usar las siete piezas simultáneamente para hacer un triángulo equilátero. ¡Hay al menos dos formas diferentes de hacer esto! Tratar de hacerlo sin dar vuelta ninguna pieza. ¿Cuál de los dos triángulos posee mayor perímetro? ¿Son semejantes entre sí? ¿Por qué?*

15) *Volver a mirar el rectángulo con las 7 piezas. Reproducir el rompecabezas en papel liso. ¿Qué pasos te conviene seguir para lograrlo?*

16) *¿Qué pieza es la de mayor área? ¿Qué pieza es la de menor área? ¿Cómo se sabe? Encontrar pares de piezas que sean de distinta forma y de igual área (figuras equivalentes).*

17) *¿Qué fracción del rompecabezas rectángulo (total) es cada pieza del rompecabezas? ¿Qué unidad haz elegido para responder y por qué?*

18) *En base al rompecabezas reproducido en papel isométrico calcula el área de cada figura y compara con los resultados del ejercicio anterior.*

Producciones libres de los alumnos

18) *Diseñar un rompecabezas rectangular propio usando papel isométrico. Hacerlo tan interesante como pueda. ¿Qué puede significar “interesante” en este trabajo?*

19) *Los rompecabezas de piezas (mosaicos) no tienen que ser necesariamente rectangulares. Construir un rompecabezas cuadrado de 7 piezas usando papel isométrico. ¡Hacerlo tan interesante como se pueda!*

20) *Escribir un ensayo de 3 ó 4 párrafos diciendo qué se aprendió sobre formas geométricas jugando, estudiando y diseñando rompecabezas. (Asegurarse que este ensayo incluya varios diagramas).*

Este trabajo colabora al desarrollo de las siguientes habilidades

- **visuales:** leer, interpretar y memorizar comprensivamente propiedades de objetos y representaciones externas , a la vez que crear y manipular imágenes a nivel mental,
- **de ubicación:** especificar posiciones y describir relaciones espaciales con distintos sistemas de representación
- **de dibujo y construcción:** para crear representaciones externas de conceptos e imágenes internas.
- **de comunicación:** leer, interpretar y comunicar con sentido, en forma oral y escrita información usando el vocabulario y los símbolos adecuados.
- **de razonamiento:** analizar y abstraer propiedades y relaciones geométricas y desarrollar argumentos y pruebas.
- **de aplicación o de transferencia:** utilizar la geometría para explicar fenómenos, objetos o conceptos de dentro y fuera de la matemática. (Bressan A. y otros: Enseñar matemática, una tarea posible. Ed. Styryka. En www.gpdmatematica.org.ar)

Contenidos

- ✓ Posiciones de rectas (vertical, horizontal, oblicua) y entre rectas (paralelismo, perpendicularidad).
- ✓ Figuras geométricas.
- ✓ Lados congruentes (igual longitud) y no congruentes.
- ✓ Ángulos rectos, agudos y obtusos; congruentes, consecutivos, suplementarios.
- ✓ Relación lado- ángulo en triángulos.
- ✓ Figuras congruentes.
- ✓ Figuras cóncavas y convexas.
- ✓ Figuras equivalentes.
- ✓ Definiciones de las figuras del rompecabezas (considerando diferentes propiedades): rectángulo, triángulo equilátero, triángulo isósceles, triángulo rectángulo, trapecio y trapecio isósceles.
- ✓ Semejanza de figuras (proporcionalidad de lados y congruencia de ángulos)
- ✓ Conservación del área y no conservación del perímetro.
- ✓ Relación perímetro- área
- ✓ Semejanza (factor o coeficiente de escala, razón de semejanza, razón de homotecia...)
- ✓ Movimientos en el plano (traslación, rotación, simetría central, simetría axial)