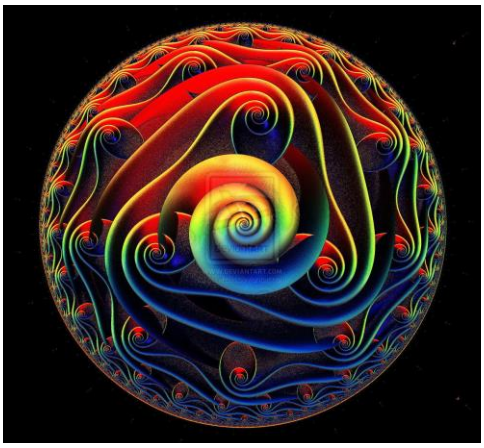
MANDALAS: ¿QUÉ MATEMÁTICA PODEMOS ENCONTRAR EN ELLOS?
Autores: Marcelo Ponce y Adriana Rabino
Contenidos: coordenadas polares, raíces de un número complejo, movimientos en el plano, espiral de Durero, ecuaciones de rectas, y mucho más……….

¿Podemos encontrar matemática en los mandalas? Si es así, ¿cuál es?

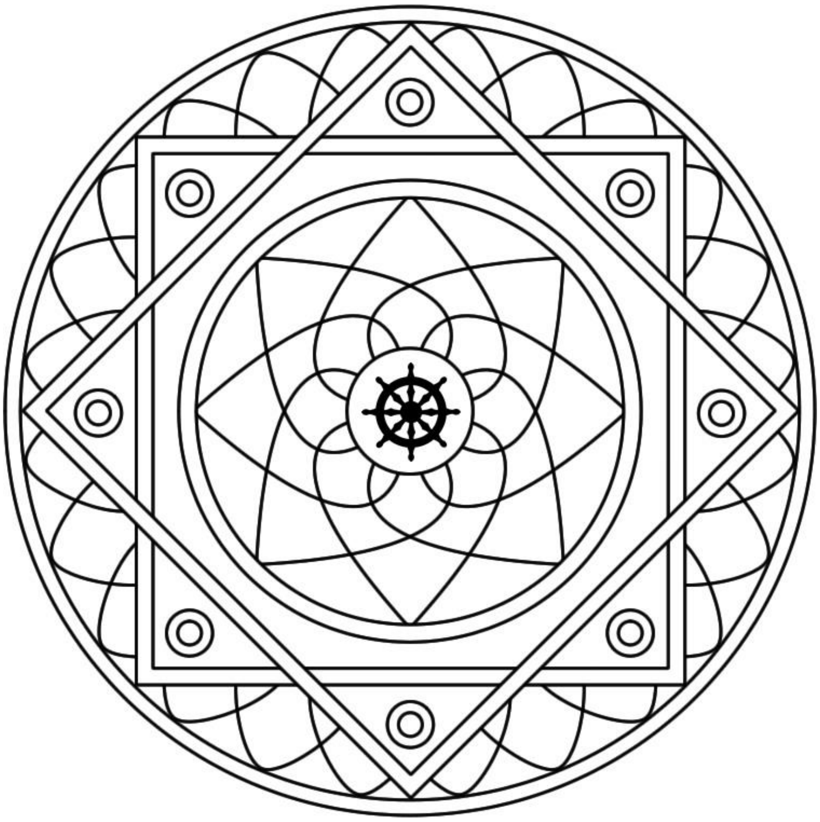
Para empezar, vamos a ver lo que es un mandala y cómo se construye.
La palabra Mandala proviene del sánscrito, y significa Círculo Sagrado. Es un símbolo sagrado de sanación, totalidad, unión, integración, el absoluto.
Si queremos construir un mandala, debemos tener en cuenta su esquema básico: un círculo y cuatro puntos cardinales.
Esta no es una regla estricta que no se pueda romper, también puede ser que en lugar de que su base sea un círculo puede ser un triángulo, un cuadrado, o un octógono.
A partir de ahí podemos diseñar un mandala y este (utilizando nuestra imaginación y creatividad) se puede decorar con imágenes místicas como el símbolo del ying-yang, una cruz, la estrella de David, lunas, estrellas, el sol, flores, aves, paisajes, nubes, figuras geométricas... en fin, se trata de buscar los diseños que proyecten paz y tranquilidad.
Esta es una actividad abierta que permite diversificar los contenidos matemáticos o integrarlos.

Ejemplos de mandalas:



El trabajo matemático lo podemos hacer desde dos aspectos: podemos analizar mandalas para encontrar en ellos conceptos matemáticos o podemos construir mandalas utilizando matemática y dejando volar nuestra imaginación!
Vamos a recorrer los dos caminos.

1. Damos a los alumnos algunos mandalas y les pedimos que busquen entes, relaciones y/o conceptos matemáticos en ellos. Por ejemplo, supongamos que el siguiente mandala está centrado en un sistema de ejes cartesianos (elegir una escala):

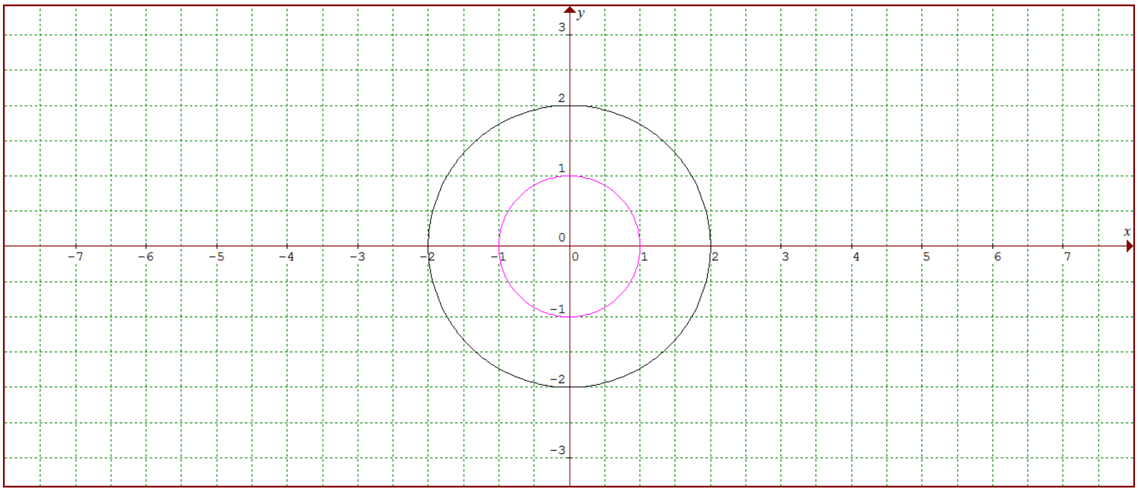


Podemos preguntarles a los alumnos:

- ¿Qué figuras geométricas se observan?
- ¿Qué movimientos engendraron este mandala?(Rígidos o no).
- ¿Qué relaciones guardan las rectas que contienen los lados de los cuadrados que se ven? Justificar.
- Encontrar los números complejos que corresponden a los vértices del cuadrado.
- Encontrar las ecuaciones de las circunferencias que se observan.
- Estimar las coordenadas de las puntas de los pétalos o sus intersecciones., etc.

2. Se puede construir el mandala utilizando conceptos matemáticos. Vamos a hacer uno paso por paso:

- Dibujar con *Graphmatic* dos circunferencias concéntricas centradas en el origen de un sistema de coordenadas. Escribir sus ecuaciones, en forma polar y cartesiana.

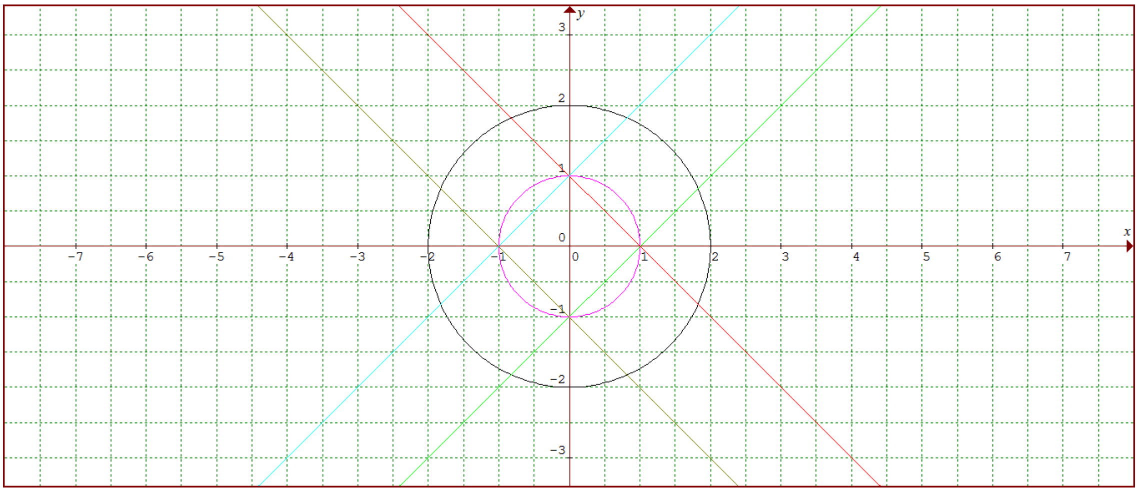


En coordenadas polares: r = 1 y r = 2.
En coordenadas cartesianas: $x^2 + y^2 = 1$ y $x^2 + y^2 = 4$

- Encontrar las raíces cuartas de la unidad.

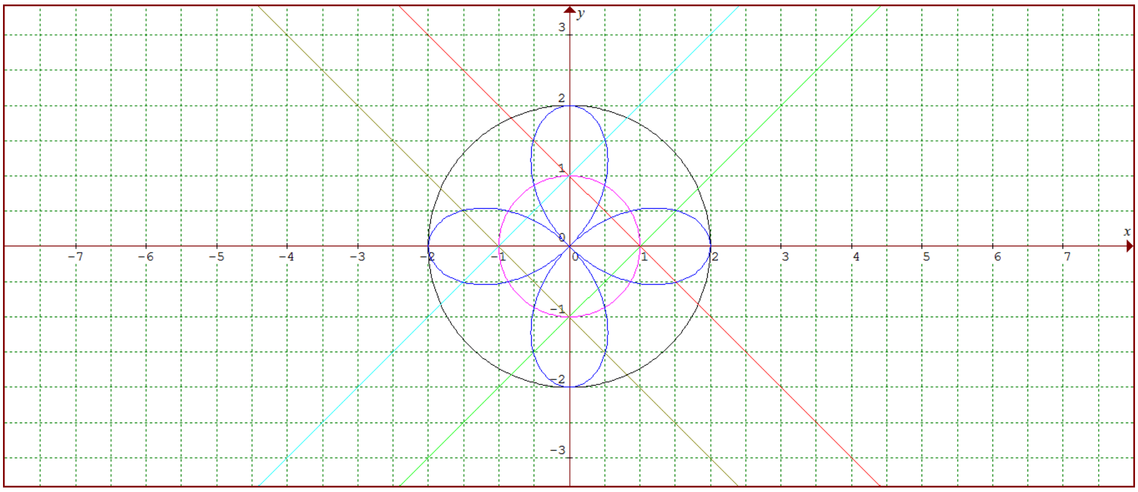
Para calcular las cuatro raíces de 1, se calcula su módulo que es ρ = 1 y sus argumentos se obtienen haciendo 360°/4 = 90°. A partir de 0°, las raíces son:
$\omega_1 = 1_{0°}$; $\omega_2 = 1_{90°}$; $\omega_3 = 1_{180°}$; $\omega_4 = 1_{270°}$

- Hallar las ecuaciones de las rectas que contienen los segmentos que unen dichas raíces.

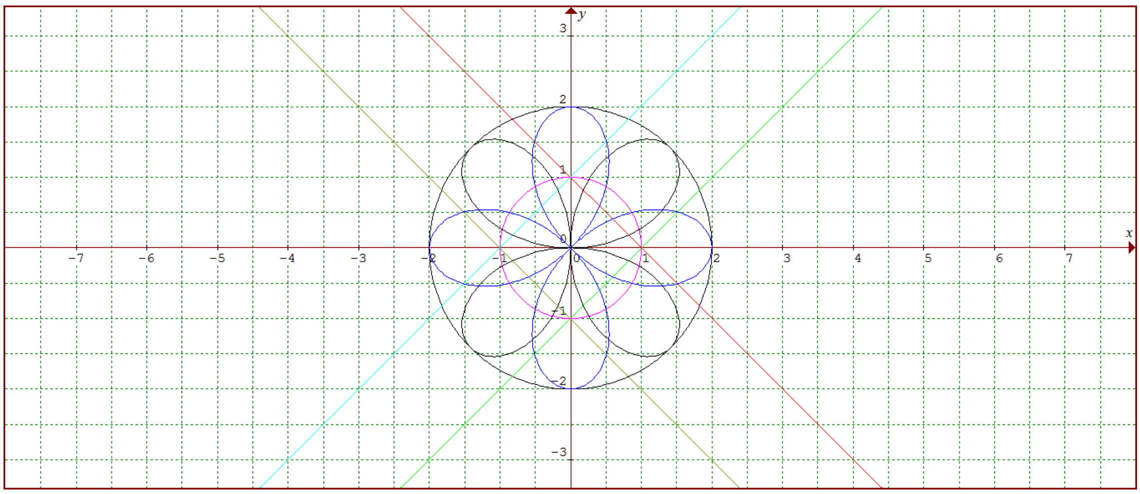


y = x + 1 ; y = -x + 1 ; y = x – 1 ; y = -x – 1

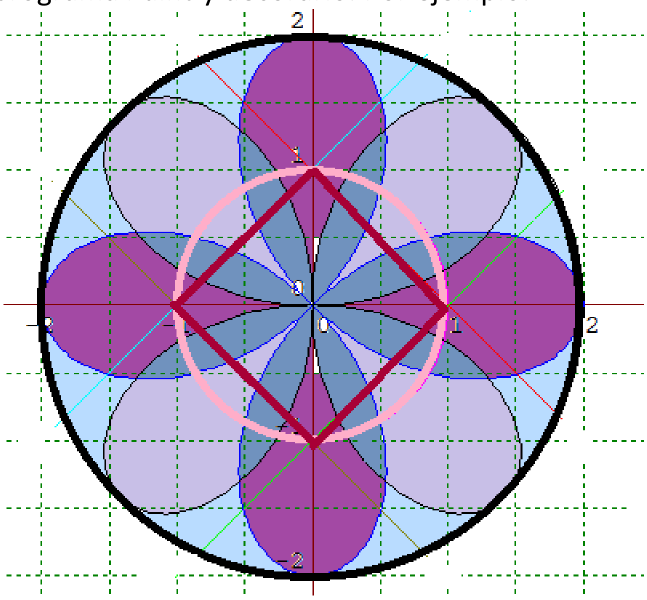
- Dibujar un trébol de 4 hojas que responde a la fórmula: r = 2 cos 2t



- Si se reemplaza el coseno por seno, el trébol gira 45°. Dibujarlo: r = 2 sin 2t



Llevar el dibujo al programa *Paint* y decorarlo. Por ejemplo:



Otras curvas que se pueden utilizar dadas en su forma polar son:

Lemniscata: $r^2 = a^2 \cos 2\theta$; ($r^2 = -a^2 \cos 2\theta$; $r^2 = a^2 \operatorname{sen} 2\theta$; $r^2 = -a^2 \operatorname{sen} 2\theta$)
Cisoide: $\rho = 2a \operatorname{sen}^2 \omega/\cos\omega$
Bifolio: $r = a \operatorname{sen}\theta \,.\, \cos^2 \theta$
Folio de Descartes: $r = (3a \operatorname{sen}\theta \cos\theta)/(\operatorname{sen}^3 \theta + \cos^3 \theta)$
Concoide de Nicómedes: $r = 3 + 3 \sec t$
Lituus: r = t ^0,5
Rosas: $r = 3 \cos a\, t$ (a es la cantidad de pétalos)
Cardioide: $r = 5 + 5 \cos t$
Trébol de 3 hojas: $r = 10 \sin 3t$