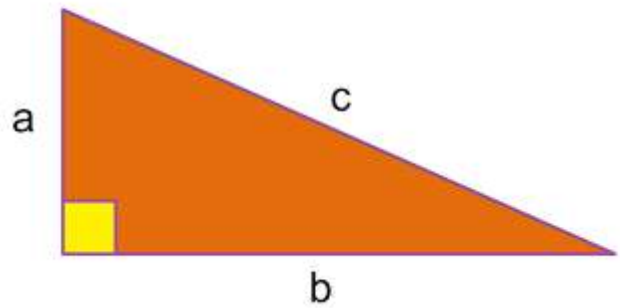
ÁREA DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO CON PERÍMETRO FIJO. Adriana Rabino – Ana Bressan

Calcular el área de un triángulo rectángulo conociendo su perímetro.



a) **Dado un triángulo rectángulo cuyo perímetro es de 12 unidades, demostrar que su área es 36 – 6c u^2**
b) **¿Cuándo el área es menor?**

Solución
a) Se sabe que $a + b + c = 12$ y que $a^2 + b^2 = c^2$ (por Teorema de Pitágoras al tratarse de un triángulo rectángulo).

Hay que demostrar que $ab/2 = 36 - 6c$

Se sabe que $a + b + c = 12 \Rightarrow a + b = 12 - c$

Elevando ambos miembros al cuadrado se obtiene

$a^2 + 2ab + b^2 = 144 - 24c + c^2$

Reemplazando $a^2 + b^2$ por c^2 queda $c^2 + 2ab = 144 - 24c + c^2$.

Simplificando y despejando se obtiene $ab = 72 - 12c$ y, por lo tanto, **$ab/2 = 36 - 6c$ que es lo que se quería probar.**

b) Toda combinación pitagórica manteniendo la condición de perímetro 12u, que aumente la hipotenusa c de este triángulo, según la fórmula **$ab/2 = 36 - 6c$ disminuirá** el área. Se verifica en cualquier triángulo rectángulo de perímetro fijo, que disminuyendo su altura crece la hipotenusa (y recíprocamente) y en ambos casos disminuye el área.

Consideramos, por ejemplo, que el triángulo rectángulo dado tiene 3u, 4 u y 5u como valor de sus lados (perímetro = 12u) cumple con las condiciones del problema. Su área será $12u^2$.

Probemos: Hay que formar ternas pitagóricas cuyos términos sumen **12** y el cateto por ejemplo, asignado a la altura sea menor que 3 o la hipotenusa c sea mayor que 5, de modo que el área sea menor $12u^2$.

Por ejemplo:

Sean **24/5; 2; 26/5** los nuevos valores de los lados de un triángulo rectángulo dado que ellos verifican ser una terna pitagórica: $576/25 + 100/25 = 676/25$

Además estos tres valores suman 12. Siendo la hipotenusa de este nuevo triángulo 26/5 mayor que 5 (vale 5,2) y el cateto pensado como altura es 10/5 = 2, menor que 3, **tendremos así un triángulo rectángulo de menor área que el dado.**

Este nuevo triángulo tendrá por área (36 – 6c) x 2 = (36 – 6 . 26/5) x 2 = 4,8 u^2 x 2 = **9,6u^2 (valor menor que 12u^2)**.

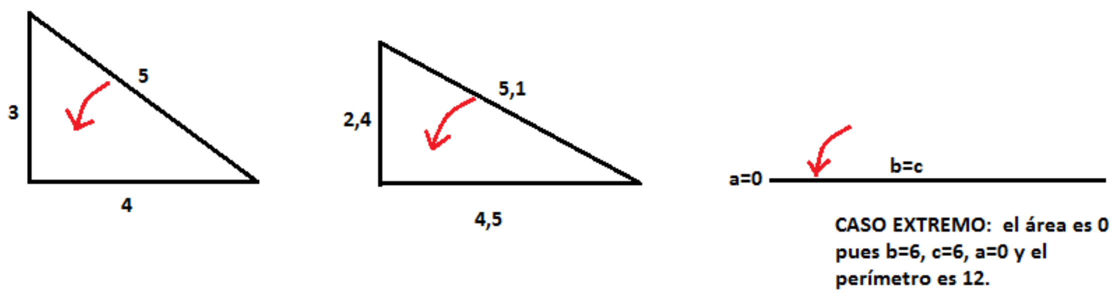
Como se puede inferir existen infinitos triángulos rectángulos de perímetro 12, el problema es buscar tres valores que respeten esta condición y a su vez sean ternas pitagóricas.

Para ver cómo calcular ternas pitagóricas de números naturales ir a la sección PROBLEMAS PARA SECUNDARIA en esta misma página:

- **Ternas pitagóricas.** *Adriana Rabino.*

- **Cómo engendrar ternas pitagóricas a partir de un número impar.** *Ana Bressan - Oscar Bressan.*

Nota: Se puede ir acercando la hipotenusa al cateto *b*. Esta va aumentado hasta llegar a un valor máximo que es 6, mientras que el cateto *a* disminuye hasta hacerse 0. Se verifica que el perímetro es 12: 0 + 6 + 6 y además se cumple que el área es 0, ya sea utilizando la fórmula a.b/2 o 36 – 6c.



En este proceso se van generando infinitos triángulos, **pero no todos cumplen la propiedad de tener un perímetro de 12**. De todos modos son infinitos.