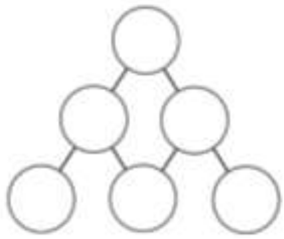
MÁS TRIÁNGULOS DE NÚMEROS (Parte 2)

Adriana Rabino

Fuente: *Median* (Don Steward) appeared in *Mathematics in School* (Mayo 1995).



En el mes anterior propusimos triángulos de números para nivel primario, ahora retomamos el tema para los grados superiores y primeros años de nivel secundario.

En este caso las pirámides se construyen en base a la diferencia, es decir, el número de arriba es el resultado de la diferencia entre los dos de abajo. Cuando se dice "diferencias positivas" se ha de entender que se toma el resultado de la resta sin su signo (módulo de la diferencia), es decir que se considerará 4 como el resultado de 7 – 3 o 3 -7)

Para estas tareas puede ser útil anotar las reglas que surjan y de esta manera poder construir las fórmulas para que las reglas queden establecidas.

1) <u>Diferencias positivas</u>

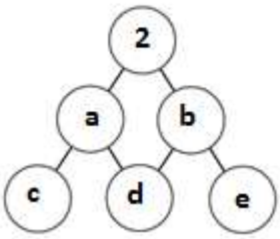
Usando los números que quieras en la fila inferior:

- **(i) ¿cómo puedes obtener cero en el extremo superior?**
- **(ii) ¿un 2 en el extremo superior? Trata de encontrar un patrón general que funcione (siempre que dé 2 arriba).**

Trata de encontrar distintos patrones.

<u>Respuestas</u>: (i) Para que sea 0 el de arriba, los de la fila del medio tienen que ser iguales, luego el del medio de la fila inferior puede ser cualquier número, pero los extremos seguirán siendo iguales (por supuesto condicionado a que la diferencia me dé el número de la celda superior).

(ii)



$|a - b| = 2$

$|c - d| = a$

$|d – e| = b$

Supongamos tomar el orden de la diferencia para que el resultado de la misma dé positivo (para no tener que analizar ambas situaciones):

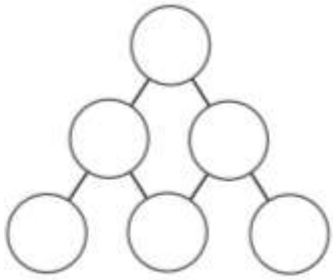
$(c – d) – (d – e) = 2$

$c– d – d + e = 2$

$c – 2d + e = 2$. Esta es la condición.

Por ejemplo: 7, 3, 1 ó 5, 6, 9. Probar en la ecuación y verificar en la pirámide.

1) Diferencias positivas (2)



Hay varias posibilidades (familias) para los números de la fila inferior de tal manera de obtener 2 arriba.

Demostrar que esto funciona para:

- **n, n+b, n+2b+2**
- **2, n, 2n**
- **números cuadrados consecutivos**
- **números triangulares consecutivos dobles**

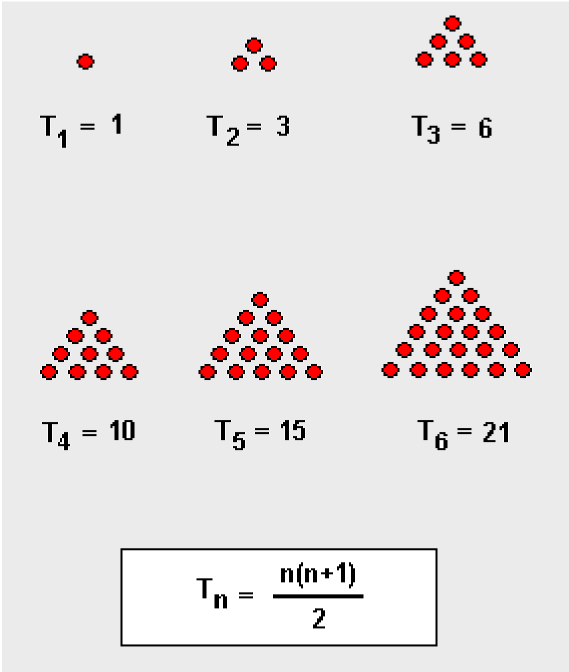
Respuestas: para hacer la demostración basta con ir sacando las diferencias en las dos filas para llegar a obtener un 2 en la última fila.

- $n - (n + b) = n - n + b = b$
  $(n + 2b + 2) - (n + b) = n + 2b + 2 - n - b = b + 2$
  Luego $(b + 2) - b = 2$ (¡funciona!)

- $|n - 2|$
  $|2n - n| = n$
  Luego $|(n - 2) - n| = |-2| = 2$ (¡funciona!)

- n^2 ; $(n + 1)^2$; $(n + 2)^2$
  $(n + 1)^2 - n^2 = 2n + 1$ (se puede obviar el módulo porque los números están elevados al cuadrado)
  $(n + 2)^2 - (n + 1)^2 = 2n - 1$
  Luego: $(2n + 1) - (2n - 1) = 2$ (¡funciona!)

- Los números triangulares son aquellos que se pueden disponer en un triángulo equilátero:



<u>Números triangulares dobles</u> son los que responden a la fórmula n(n+1). Si tomamos tres números de estos consecutivos se tiene:

$n(n+1) = n^2 + n$

$(n+1)(n+2) = n^2 + 3n + 2$

$(n+2)(n+3) = n^2 + 5n + 6$

Haciendo las dos diferencias:

$(n^2 + 5n + 6) – (n^2 + 3n + 2) = 2n + 4$

$(n^2 + 3n + 2) – (n^2 + n) = 2n + 2$

Haciendo la diferencia de estos dos últimos:

$(2n + 4) – (2n + 2) = 2$ (¡funciona!)

<u>¡¡Y hay más para el mes que viene!!</u>