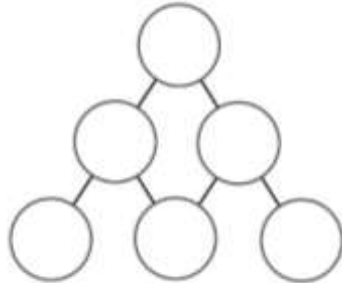


MÁS TRIÁNGULOS DE NÚMEROS (Parte 3)

Adriana Rabino, Oscar Bressan, Ana Bressan.

Fuente: *Median* (Don Steward) appeared in *Mathematics in School* (Mayo 1995).

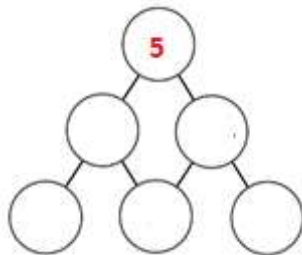


Una vez más retomamos el tema para los grados superiores y primeros años de nivel secundario.

En este caso, las pirámides se construyen en base a la diferencia, es decir, el número de arriba es el resultado de la diferencia entre los dos de abajo. Cuando se dice “diferencias positivas” se ha de entender que se toma el valor absoluto de la diferencia (por ejemplo, para $5 - 3$ o $3 - 5$ se considera 2 como diferencia en ambos casos)

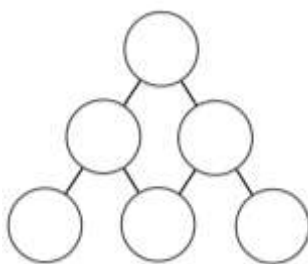
salvo que se indique lo contrario como en el caso 1.

1) Diferencia real (no módulo)



Debes restar el número de la derecha del número de la izquierda para obtener el número que va arriba. Explorar distintas maneras de lograr un 5 arriba. Trata de encontrar una regla general.

2) Diferencias positivas (no se considera el signo negativo)



Usar del 1 al 6 solo una vez cada uno. Cada círculo es la diferencia positiva de los dos círculos de abajo.

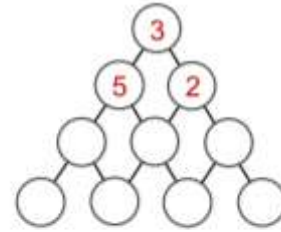
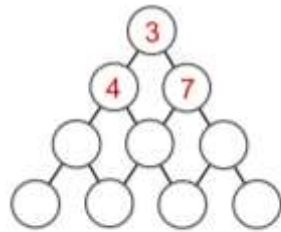
¿ Por qué ...

6 debe ir en la fila de abajo,
5 no puede ir arriba de todo,
4 no puede ir arriba de todo, y 3 no puede estar en la fila de abajo?

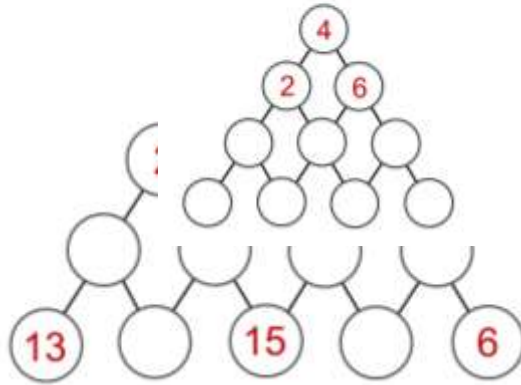
3) Diferencias positivas del 1 al 10

Completar las siguientes pirámides (se dan algunas pistas).

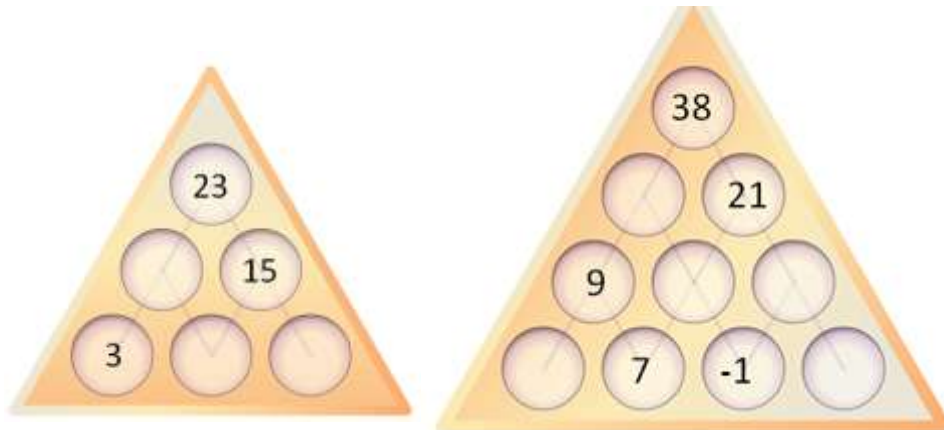
4) Diferencias
1 al 15



positivas del

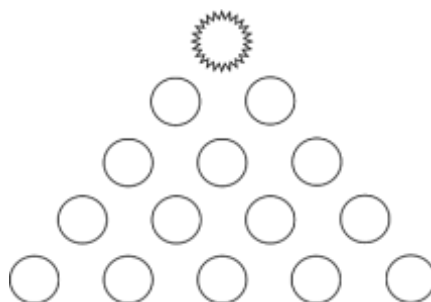


5) Diferencia real (restar el número de la izquierda al de la derecha)



EXTENSIÓN

A) Maxi pirámide



Las reglas para armar esta pirámide son bastante complejas:

- (a) Los cinco números de abajo deben sumar 20.
- (b) Por ahora, no se permiten ceros.
- (c) Si los dos números son pares, se suman para obtener el de arriba.
- (d) Si los dos números son impares, se resta el más pequeño del más grande para obtener el número de arriba.
- (e) Si hay uno par y otro impar, se multiplican los dos números para obtener el de arriba.

¿Cuál es el número más grande que se puede obtener arriba?

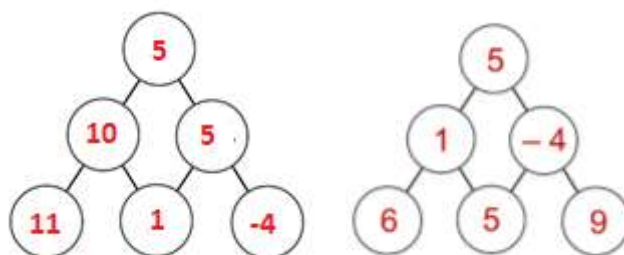
B) ¿Cuál es la cantidad mínima de celdas que se necesitan conocer, para que la pirámide tenga una única solución? ¿Importa cuáles son?

SOLUCIONES

1) Diferencia real (no módulo)

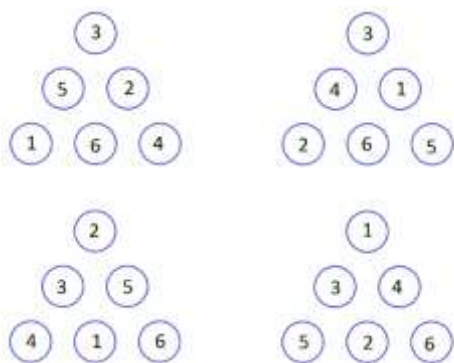
Hay más de una solución para este problema. Aquí presentamos dos.

Una regla para resolver esta situación es poniendo el 5 arriba e ir buscando el par de números inmediatos inferiores cuya diferencia de 5, y así sucesivamente.



2) Diferencias positivas (no se considera el signo negativo)

Las únicas soluciones son estas y sus simétricas (que no se pusieron). Se lograron a través del programa Mathematica.

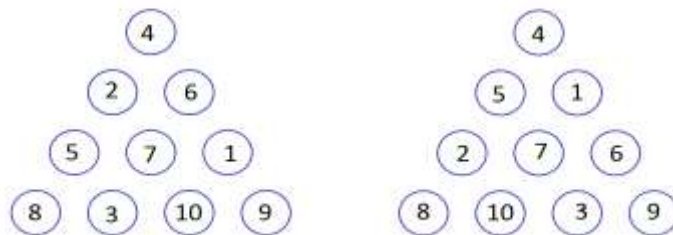
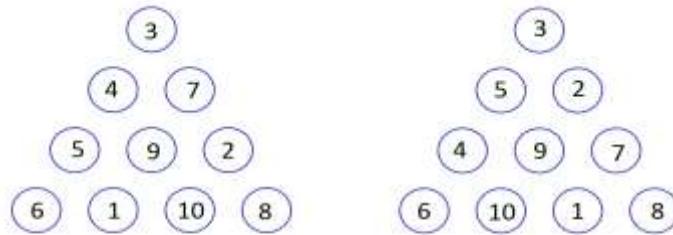


- El 6 debe ir abajo porque del 1 al 5 no hay ninguna diferencia que de 6 para que éste vaya en la fila del medio o arriba.

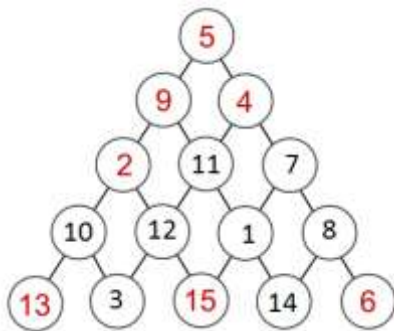
- El 5 no puede ir arriba porque, como el 6 debe ir en la fila de abajo, entre 1, 2, 3, 4 ninguna diferencia da 5. Lo mismo sucede si el 4 va arriba porque entre 1, 2, 3, 5 ninguna diferencia da 4.

- El 3 no puede estar abajo porque como el 5 y el 4 no pueden ir arriba, si el 3 está abajo solo queda la posibilidad de que arriba vaya el 1. En este caso, en la 2° fila sólo iría el 4 y el 5 (los únicos restantes cuya diferencia es 1). El 2 iría abajo y no cierran las cuentas!

3) Diferencias positivas del 1 al 10

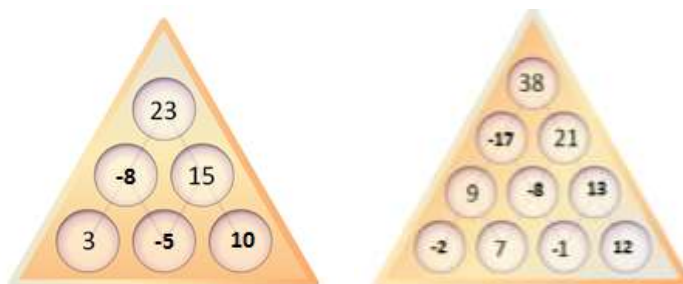


4) Diferencias positivas del 1 al 15



La solución es única.

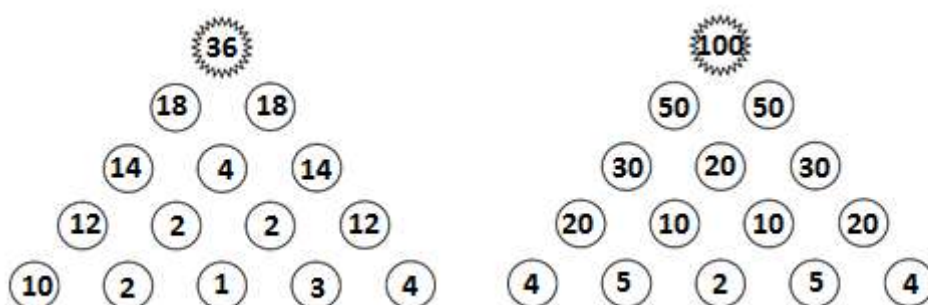
5) Diferencia real



EXTENSIÓN

A) Maxi pirámide

Una posible solución:



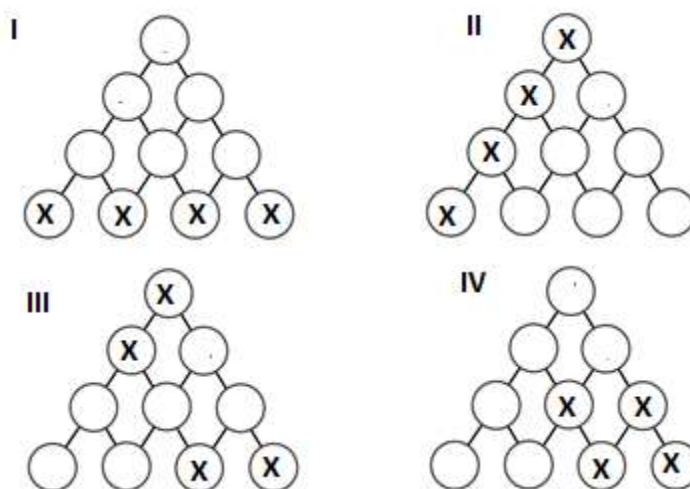
El récord mundial mayor hasta ahora, sin usar ceros, es 226.

Si se permiten ceros, el récord hasta ahora es de 300.

Si se permiten números negativos se pueden lograr números enormes arriba.

Para optimizar la solución del problema, recordar que los productos agrandan los resultados (por ser todos positivos) y estos resultan de tener números pares e impares consecutivos.

B) Completando los números de la fila inferior, la solución es única, o sea que si tienen n celdas en la base, completando esas celdas la solución es única. Si se ponen ocupan n celdas en distintos lugares, no siempre es posible, por ejemplo:



I y II se pueden considerar como el mismo caso. En I, II y III la solución es única, pero en IV tiene infinitas soluciones.

No hay término medio: o tiene una solución o tiene infinitas.

Nota: estas soluciones (únicas, múltiples o indeterminadas) se pueden obtener planteando ecuaciones considerando x, y, z, \dots como los valores desconocidos y utilizando la regla de formación según se indique para buscarlos en base a los datos dados: *el número de arriba es el resultado de la suma/diferencia entre los dos de abajo.*