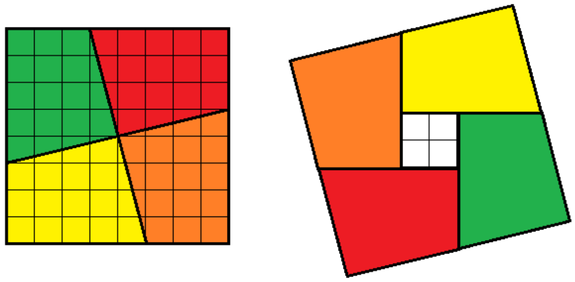
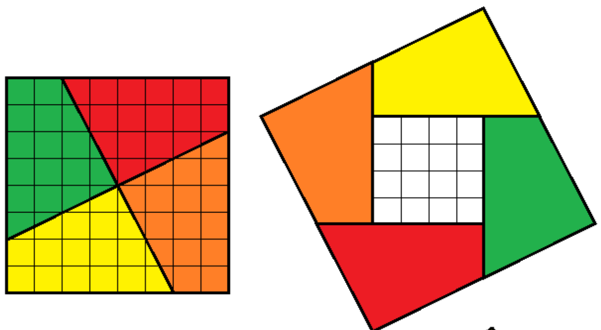
CUADRADOS AGUJEREADOS (PRIMARIA)

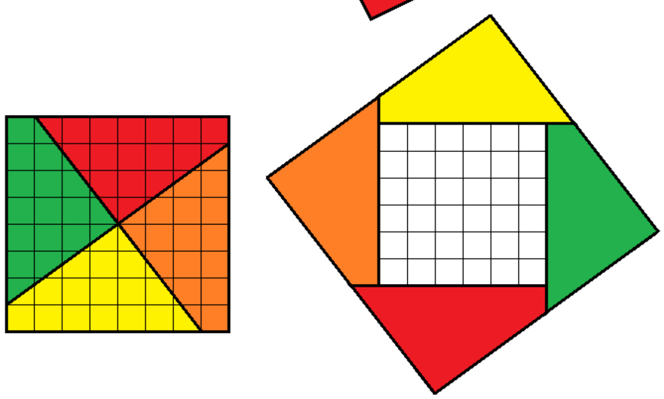
Adriana Rabino, Ana Bressan

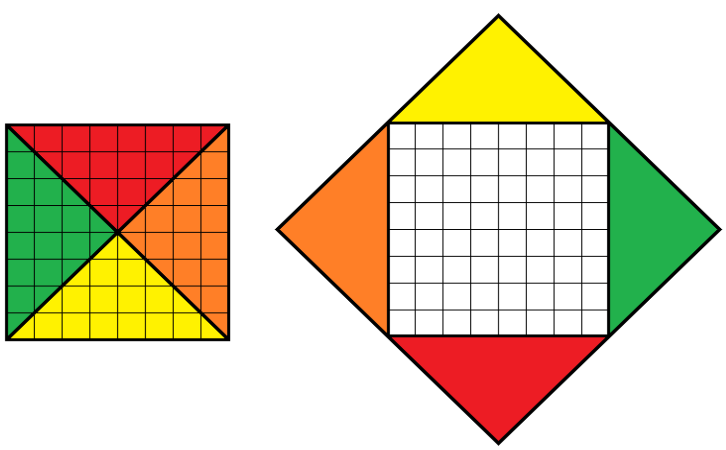
Columna izquierda

Columna derecha









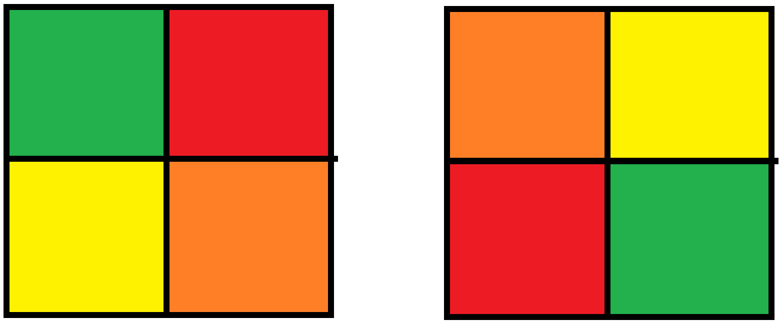
1. Analiza las relaciones existentes entre las figuras formadas dentro de cada cuadrado de la columna de la izquierda por la intersección de dos segmentos. ¿Qué figuras son? ¿Dónde cortan estos segmentos los lados del cuadrado? ¿Qué valor tienen los ángulos que concurren en el centro del cuadrado? ¿Qué puedes decir sobre las figuras obtenidas? ¿Cómo son entre sí? ¿Cómo puedes verificarlo? ¿Qué parte de la superficie del cuadrado es cada una de esas figuras?

Solución: Las figuras son trapezoides, salvo en el último cuadrado que son triángulos (caso extremo). Los segmentos cortan los lados del cuadrado siempre a la misma distancia de los vértices opuestos. Los ángulos centrales son rectos. Los trapezoides poseen dos ángulos rectos (uno el central y el otro es vértice del cuadrado). Los otros ángulos son suplementarios (suman 180°). Comparando los trapezoides de un mismo cuadrado, se puede verificar que son congruentes. Para probarlo se debe verificar que poseen los lados homólogos iguales y los ángulos congruentes: dos ángulos correspondientes son rectos y los otros dos son congruentes porque son alternos internos entres paralelas. Para comprobar la congruencia de los lados homólogos, los alumnos pueden comenzar usando el cuadriculado y el teorema de Pitágoras para sacar a sacar conclusiones. También pueden pensar que se puede rotar 90° un trapezoide alrededor del centro dando por resultado que resultan congruentes entre sí. Pueden existir otras demostraciones. Según el nivel que tengan en geometría, los alumnos pueden empezar cortando y manipulando para ayudar a conjeturar.
Dado que los 4 trapezoides son congruentes, sus áreas son iguales y, por lo tanto, cada uno resulta tener ¼ del área del cuadrado total.

2. Tienes un caso extremo en el último cuadrado de la columna izquierda de la figura dada ¿Por qué? ¿Valen tus conclusiones anteriores? Explica.

3. ¿Qué otras posiciones podrán tomar los segmentos (considerando que sus extremos siempre pertenecen a los lados del cuadrado)? ¿Cuáles son las longitudes máximas y mínimas que pueden tener los segmento de corte? (pista observa el último cuadrado de la izquierda. ¿Puedes encontrar otro caso particular? ¿Qué figuras has obtenido en lugar de trapezoides?

Soluciones: Los extremos de los segmentos intersecados deben estar en la misma posición respecto de los 4 lados del cuadrado, y pueden tomar infinitas posiciones alrededor del centro del cuadrado conservando los ángulos rectos. El último cuadrado de la izquierda es un caso particular, donde se forman triángulos (es el caso en que los segmentos son las diagonales del cuadrado). Otro caso particular es cuando las figuras obtenidas dejan de ser trapezoides para convertirse en cuadrados (trapezoide particular), en el caso que los segmentos coinciden con las bases medias del cuadrado dado.



4. <u>Ahora compara los cuadrados dados en la figura inicial a izquierda y derecha</u>. ¿Qué relaciones puedes observar entre los cuadrados de la fila de la derecha? Analiza las longitudes de los lados de ambos cuadrados ¿Encuentras alguna relación entre los lados de los trapezoides (o de los segmentos que determinan los trapezoides en los cuadrados de la izquierda con los lados del cuadrado de la derecha?

5. Si consideras que el cuadrado de la izquierda tiene un lado de 8 unidades, ¿cuál es el valor del lado del cuadrado de la derecha? Puedes resolver esto usando el Teorema de Pitágoras, ¿por qué?

.

<u>Solución</u>: Una vez determinado que el lado del cuadrado a derecha es congruente con uno de los segmentos (ambos coincidentes) que determinan los trapezoides en el cuadrado izquierdo (por adición de lados de trapecios), es fácil determinar su valor en base al cálculo de la hipotenusa de un triángulo rectángulo donde se conocen los catetos (4 y 1 si se toma medio segmento como hipotenusa; 8 y 2 si se considera la longitud del segmento entero).
Otra forma de resolver es: el área del cuadrado de la derecha es 64 +4 (en el primer caso)= 68. Luego el lado mide $\sqrt{68}$.

6. Dado que el área del cuadrado izquierdo es de 64 unidades, considera cómo varían las áreas en los cuadrados de la derecha. ¿Qué las hace variar?

<u>Solución</u>: La inclinación que toman los segmentos de corte en los cuadrados de la izquierda, es igual a la de los lados de los cuadrados de la derecha. Se forman triángulos rectángulos iguales en ambas figuras, analizando catetos. De esta manera se puede calcular la longitud de los lados de los cuadrados a derecha y calcular su área. (Ver más adelante “otro análisis”).

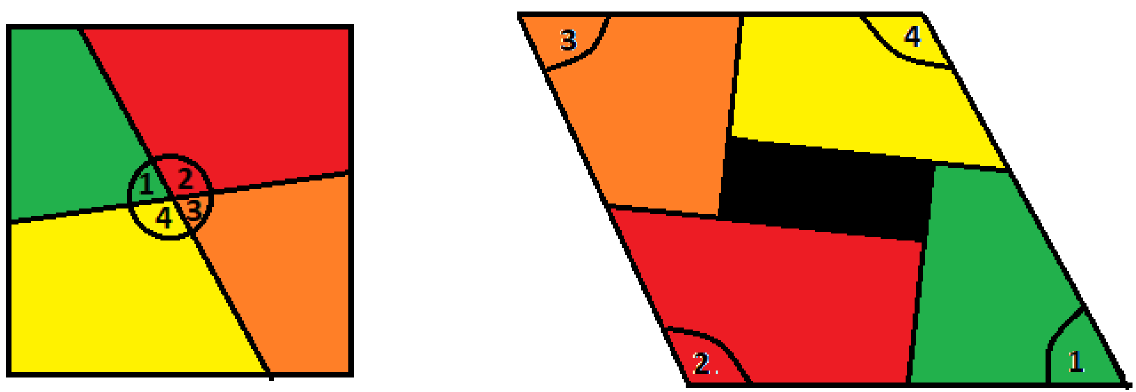
7.Calculadas la longitud del lado y el área correspondiente a cada cuadrado de la derecha, completa la siguiente tabla. ¿Qué relación encuentras entre la diferencia de áreas?

Lado del cuadrado derecho …	Área del cuadrado derecho…	Diferencia de áreas Área c. der. - 64u
$2\sqrt{(4^2 + 1^2)}$	$(2\sqrt{17})^2 = 68$	4u
$2\sqrt{(4^2 + 2^2)}$	$(2\sqrt{20})^2 = 80$	16u
$2\sqrt{(4^2 + 3^2)}$	…	
….		

8. Supón que generas otros trapezoides en los cuadrados de la izquierda dando giros distintos a los segmentos de tal manera que los ángulos centrales no sean rectos.¿Se formará un cuadrado a la derecha? ¿Habrá agujeros cuadrados en estas figuras? ¿Podrás encontrar una relación general entre ellos?

Explica por escrito lo hallado hasta ahora.

Solución: No se forma un cuadrado porque los ángulos centrales no son rectos (que son los ángulos-vértices en la figura de la derecha), pero al ser opuestos por el vértice, son congruentes, por lo tanto van a formar un paralelogramo. Y el agujero es un rectángulo, porque está formado por las perpendiculares de cuadrado de izquierda. Se puede verificar recortando la figura y armando. Por ejemplo:



OTRO ANÁLISIS:

Observa los “agujeros” de los cuadrados de la derecha:

- Los lados son números pares: 0, 2, 4, 6, 8.
- Las áreas son números pares al cuadrado.
- Las áreas ordenadas de los cuadrados agujereados pueden calcularse sumando los 64 cuadraditos del triángulo original más los del agujero:

  64 + **0**; 64 + **4**; 64 + **16**; 64 + **36**; 64 + **64**. ¿Puede seguir esta sucesión? ¿Por qué?