ESPECIALIZACIÓN EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN LA ESCUELA PRIMARIA

Módulo: Taller de escritura académica

Cursante: Pérez, Silvia Gabriela

Tutora: García Tellería, María Ximena

Asignatura: Enseñanza de la Matemática II (3er año del Profesorado de Nivel Primario)

Índice

Introducción

El presente texto tiene por objeto exponer dos situaciones de la propia práctica de enseñanza de la Matemática en el ámbito de la formación docente para el nivel primario y compartir el análisis realizado sobre algunas preocupaciones, inquietudes, observaciones al respecto.

El recorrido propuesto se inicia con el relato de dos experiencias, una "*buena*" y otra "*mala*", enriquecido con algunos comentarios que justifican por qué las considero situaciones satisfactorias o no.

En una segunda parte, a la luz de los enfoques teóricos tomados de referencia, se desarrollan las reflexiones suscitadas por las prácticas concretas, para repensarlas y mejorarlas.

Por último, en las conclusiones, recupero lo central del análisis crítico realizado y esbozo algunos nuevos interrogantes surgidos del mismo.

Antes de iniciar el desarrollo propio de este trabajo, es necesario contextualizar las prácticas a las que referiré. Ambas situaciones involucran al grupo de Enseñanza de la Matemática II del Profesorado en Educación Primaria y ocurrieron en el ciclo lectivo 2015. Esta una unidad curricular es cuatrimestral y se dicta en dos clases semanales de 3 horas reloj cada una. Particularmente, en 2015, el desarrollo de las clases se vio afectado por suspensiones debidas a problemas de calefacción y varios paros de porteros. El grupo implicado también tenía sus particularidades en cuanto a la composición y asistencia de sus integrantes: 25 de los 31 estudiantes cursaban en condición de regulares y 6 de ellos como oyentes. Según los temas trabajados, hubo hasta 8 oyentes.

La primera de las clases presentadas ocurrió el 18 de septiembre y se dio en el marco del trabajo sobre los números (los múltiples usos, los distintos conjuntos numéricos y sus propiedades, regularidades, etc.).

La segunda situación se desarrolló el último día de cursada, el 3 de diciembre. En este caso, los temas en juego fueron los números racionales y la proporcionalidad.

Desarrollo

La selección de las prácticas a narrar y analizar en el presente trabajo supone un posicionamiento sobre qué constituye, o no, una "*buena*" práctica de enseñanza. En este sentido, comparto la postura de Anijovich & Mora (2014, pp. 31 y 32), quienes indican que "la buena enseñanza es aquella con intencionalidades definidas y explícitas, que promueve la interacción entre los alumnos y docentes, y entre los propios alumnos, que transcurre en un espacio, tiempo y en un contexto socioeconómico determinado". Otros autores, como Gotheter, Avolio de Cols, Dussel y Camilloni, (2007, pp. 1, 2, 7 y 10 respectivamente), Fenstermacher (1989) en Litwin (1998), señalan que una "*buena clase*" es aquella en la que los estudiantes aprenden aquello que como docentes nos propusimos enseñar, es ese espacio compartido donde los alumnos son invitados a pensar y tienen oportunidad de apropiarse de los conocimientos culturalmente válidos y valiosos que se enmarca en un tiempo y lugar preciso y abierta a lo que otros tienen para enseñarnos de nosotros mismos, nuestras prácticas y el mundo.

La experiencia satisfactoria, una "buena" clase

No recuerdo exactamente cuántos estudiantes había ese día, resulta difícil porque en esa cursada había varios oyentes que no asistían a todas las clases. Sí me acuerdo de la satisfacción y gratificación que sentí ese día y también la preocupación que me generó un comentario de una estudiante al finalizar… ¡pero eso va para el final!

Siendo las 8 de la mañana del viernes, les propuse a los estudiantes de Enseñanza de la Matemática II abordar la "Pirámide numérica", un problema al que accedí a través de Betina Zolkower[1] y que ya había trabajado alguna vez con un grupo de 7°:

5. Pirámide numérica: suponga que la pirámide numérica se continuara hacia abajo (agregando filas). ¿Cuál sería el último número del 20^{va} fila? ¿Cuál sería la suma de todos los números de la 20^{va} fila?

1
3 5
7 9 11
13 15 17 19
21 23 25 27 29

[1] Co-coordinadora del GPDM (www.gpdamatematica.org.ar).

Como me gustan mucho estos problemas y sabía que era un "*buen problema*[2]", decidí trabajarlo en la formación. A pesar de la realidad de los estudiantes en cuanto a su nivel de manejo disciplinar, creí (¡y por supuesto sigo haciéndolo!) que iban a poder hacer algo interesante con él.

Inicié la clase pidiéndoles que leyeran la situación problemática que ya tenían en el trabajo práctico (que está bueno así no se pierde tiempo copiando, por ejemplo) y pregunté si lo habían entendido. Una de las estudiantes parafraseó el enunciado clarificando que hay dos cuestiones a averiguar: el último número de la 20va fila y la suma de todos los números de la misma. En ese momento les propuse mirar un poco ese arreglo numérico, estudiarlo un poco y ver si encontraban algún patrón. Este paso exploratorio me parece fundamental para estudiar los números, tratar de encontrar relaciones entre ellos, etc. y poder, desde allí, delinear alguna estrategia de resolución.

Anoté en un afiche las conclusiones de este primer acercamiento a la pirámide numérica:

-Son todos números impares.

-Entre dos números cualesquiera de una misma fila hay -> +2

-En la diagonal de derecha a izquierda se agregan 2 (2, 4, 6, 8….)

-En la otra diagonal también se suman siempre 2 más que antes pero empezando en 4.

Vale señalar que la expresión y formulación de estas regularidades demandó un tiempo de discusión. En algunas ocasiones los estudiantes señalaban los números o hacían gestos con las manos indicando por ej. , el sentido de una diagonal, y no podían poner en palabras aquello que estaban mostrando. Una vez que llegamos a estas conclusiones (y que todos entendían a qué referían), les pedí que retomen el problema y avancen en su resolución. En esta oportunidad, tenían libertad de trabajar solos, en parejas o pequeños grupos. Por lo que vi, todos eligieron uno o más compañeros así que el aula se pobló de un agradable bullicio productivo.

[2] Según sostienen Douady (1995), Kolovou, van den Heuvel – Panhuizen & Bakker (2009); Zolkower (2010).

Durante este tiempo, recorrí los bancos para ver qué estaban haciendo, escuchar qué discutían entre ellos, etc. ¡Y además necesitaba tomar nota de la variedad de producciones para ir pensando qué cuestiones interesantes había para discutir!

Algunas cosas que encontré… ¡la mayoría había escrito todos los números de las 20 filas! (figura 1). Y entre ellos ya se estaban dando cuenta de errores de cálculo. En otros casos, avanzaron un poquito más poniendo el número de fila aunque sin poder establecer conexiones entre ellos y los últimos números de cada una. Quienes fueron un poquito más alá, armaron una tabla para relacionar el número de fila con el primer número de cada una para saber más rápidamente con qué número empezaría la fila 20. De ahí completaron solo la 20va fila sumando sucesivamente 2 (figura 2). Una única estudiante se mostraba “inquieta” al decir que seguro había alguna forma de abreviar todo ese trabajo y saber directamente cuál sería el último número y cuál la suma de la fila pedida, ¡pero que no encontraba esa relación!

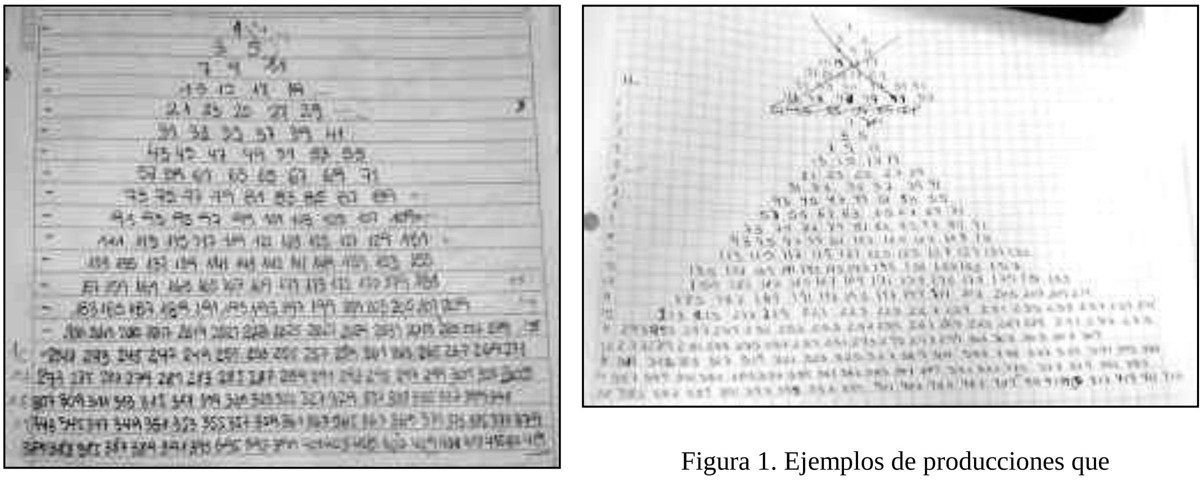

Figura 1. Ejemplos de producciones que muestran la pirámide con todos los números hasta la fila 20.

Figura 2. Resolución de una pareja de estudiantes en la que se observa el uso de una tabla.

Al momento de la puesta en común, lo primero (y necesario para calmar ansiedades) fue ver los resultados. Lamentablemente, mis estudiantes suelen tener poco ejercicio o hábito de resolver problemas abiertos y desafiantes como este, por lo que es necesario considerar que este cambio en la forma de trabajo genere ansiedades, temores, etc. Como mi intención tenía más que ver con procesos de simbolización y generalización, decidí que ver primero cuáles eran los resultados, podía ayudar a focalizar la atención en cómo obtenerlos más rápida y eficazmente.

Tomando la idea de quienes hicieron una tabla para "limpiar" los datos y poder centrarse en los que interesan, les propuse hacer armar una que mostrara el número de fila del cual hablábamos y el respectivo último número. Transcribí en el pizarrón la información que todos tenían disponible y me dictaron. Cuando completamos la tabla con las primeras 6 filas, les pregunté si podían encontrar o ver alguna relación entre ese número y el del último lugar. Lo primero que pensaron, tal como lo había anticipado, fue en relaciones aditivas. Como estas no se daban en todas las parejas numéricas, les propuse anotar algunos números más. Cuando tuvimos hasta la fila 10 les pregunté cuál/es de esos números podrían ser más fáciles de considerar para tratar de encontrar alguna relación y señalaron 2, 3, 5 y 10. El foco se centró en estos casos. Alguien dijo: "*Para 2 es 2x2, el doble, más 1*". Aunque esto no se daba en los otros casos, fue el pie para que pensaran en relacionar multiplicativamente los números. ¡Y alguien propuso elevar el número de fila al cuadrado y sumar su anterior! Analizamos esto para verificar si funcionaba para todos los casos, 20 incluido. ¡Y sí! Las expresiones de las caras de los estudiantes reflejaban lo maravillados que estaban frente a este descubrimiento. Acto seguido, les di otros números posibles de filas (algunos bastante grandes) para que usaran la regla encontrada y dieran el último número de la misma. Después trabajamos en conjunto para escribirla coloquialmente y expresarla simbólicamente.

Para la segunda pregunta del problema, y en función del hallazgo reciente, algunos estudiantes se adelantaron a iniciar una tabla que, en este caso, vinculaba al número de fila con la sumatoria de todos los números de la misma. Retomé en el pizarrón estas producciones y, cuando pregunté si los números 8, 27, 64, 125 no les sonaban conocidos… ¡nadie respondió! Evidentemente, lo que es familiar para unos, no lo es para todos… Noté el desconcierto generalizado y decidí consultarles si "*números cúbicos*" les decía algo. En ese momento, algunos se dieron cuenta de que la suma de todos los números de una fila, es el cubo de dicho número. Anotamos nuevamente de forma coloquial y simbólica este hallazgo y dejé el tiempo que quedaba (que no era mucho ya) para copiar. Así quedó nuestro pizarrón (figura 3):

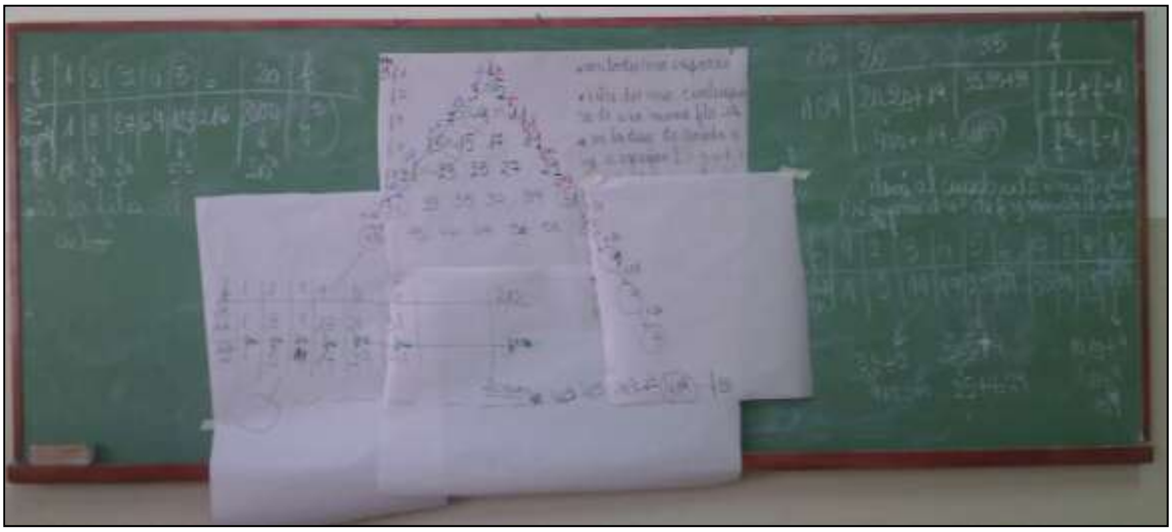

Figura 3. Pizarrón al cierre de la clase.

Más allá de las dificultades que evidencié durante el desarrollo de esta clase, me dio mucha satisfacción haber propuesto este problema y ver el efecto que un trabajo de matematización colectiva de este tipo generó en los estudiantes, en el reconocimiento de sus posibilidades y su propia capacidad de hacer matemática.

Cuando terminó la clase, nos despedimos, algunos se fueron y una estudiante se acercó a hablar conmigo. Con cara de preocupación expresó: "*Profe, ¡esto está buenísimo! ¡Yo así lo entendí todo! Pero quería preguntarte si esto tendríamos que poder hacerlo solos… porque yo, te repito, así lo entendí perfecto pero sola no hubiera podido. Entonces pienso en si yo tengo que poder hacer esto en una clase*". Este comentario me ratificó la potencia del trabajo colectivo, en términos de interacción cognitiva. Y por otro lado, me dejó pensando una vez más en la importancia de que los docentes en formación puedan revisar su relación con la Matemática y experimentar la actividad matemática que deberían poder promover en sus futuros alumnos del nivel primario si es que no tuvieron la oportunidad de hacerlo antes.

La experiencia insatisfactoria, una "mala" clase

Es importante aclarar que califico esta clase como insatisfactoria por la sensación que personalmente me dejó. Quizás para los estudiantes no fue así, o no tan así…

Esta última clase cerró una cursada, tal como mencionara en la introducción, bastante interferida. Si bien pudimos agregar un par más de clases, la cantidad de horas estaba por debajo de lo curricularmente establecido. Esta situación particular llevó a ajustar los temas del programa y en las últimas tres horas de clase, hicimos un repaso final acerca de los últimos temas abordados.

En el caso de los números racionales faltaba hacer un cierre de todo lo visto (distintas representaciones de los racionales, aspectos de las fracciones, aspectos de las operaciones con fracciones, modelos para representar y operar en Q[3], estrategias). En cuanto a proporcionalidad, estaba muy preocupada… Si bien los estudiantes ya tenían un práctico resuelto con variados problemas, necesitaba hacer una sistematización de las propiedades de las relaciones de proporcionalidad directa e inversa y profundizar en las proporciones numéricas (cómo plantearlas, cómo resolverlas, cómo vincularlas con otros modelos trabajados, etc.). ¡Mucho para muy poco tiempo!

Empecé la clase proponiéndoles revisar las carpetas para recordar lo trabajado sobre los números racionales. Al ir anotando en el pizarrón los contenidos trabajados, quedó una red resumen del tema. Hasta acá veníamos bien… el asunto es que una estudiante recordó unos juegos con números racionales sobre los que quería clarificar los contenidos involucrados y posibles variables didácticas para simplificarlos o complejizarlos (algo que hacíamos habitualmente al analizar juegos y otras actividades). En unos segundos, tuve que decidir si dar lugar al pedido o avanzar con lo pendiente. Dado que fue una inquietud de una estudiante a la que otros adhirieron, me pareció que lo mejor era tomarla. Si bien hicimos un análisis bastante fugaz de los juegos, el tiempo que quedaba para concluir con el tema faltante, ¡se había reducido!

[3] Conjunto numérico de los números racionales.

Para tratar el tema proporcionalidad había preparado una presentación con distintas imágenes interesantes para conversar acerca de lo que percibimos como proporcionado (o desproporcionado) y por qué, y avanzar en expresar numéricamente esa proporción (o desproporción). Dadas las circunstancias, decidí acortar la presentación e ir más directamente a las dudas sobre los problemas del práctico para cerrar con la institucionalización de las propiedades en un cuadro comparativo. Aunque las expresábamos coloquialmente y parecían claras, al momento de registrarlas simbólicamente comencé a ver algunas expresiones de dudas y desconcierto… ¡no todos me estaban siguiendo…! Ya con el fin de la clase muy cerquita y el cierre de cursada todavía por hacer, opté por cambiar de estrategia: les di las propiedades de manera simbólica para que las interpreten. En fin… quedó… pero me quedé con la inquietud de cómo había quedado…

Por este motivo, armé y subí al aula virtual del espacio, un cuadro que resumía en forma simbólica y coloquial, todas las propiedades de la proporcionalidad directa e inversa. En las horas de consulta de las semanas siguientes, con los estudiantes que se acercaron, pudimos retomar este material y aclararlo.

Esta clase me conflictuó mucho en cuanto a un aspecto central de la tarea pedagógica: el uso del tiempo y la decisión entre dar menos y bien o más pero por arriba… la dicotomía profundidad- extensión de los contenidos. No me gusta "sobrevolar" los temas, habitualmente prefiero dar poco (o menos que lo previsto) pero en profundidad y que los estudiantes entiendan y aprendan. En esta situación particular, la presión era muy grande: ¡era la última clase del último espacio de Matemática antes de la residencia! En ese momento sentí que no iba a tener otra oportunidad más allá de las consultas a las que los estudiantes asisten voluntariamente. También pensé que, como futuros docentes, los estudiantes debían poder preparar más autónomamente un tema. De hecho, la formación inicial no puede abarcar todo y también es propósito de la misma generar docentes con estrategias y capacidades para estudiar por sí mismos.

Cuando me acuerdo de esta clase todavía siento un sabor amargo… aunque entiendo que en ese momento fue la decisión que pude tomar, no sé si la mejor pero por lo menos la más consciente. Y creo que con las decisiones posteriores (de subir el cuadro comparativo al aula y ofrecer más espacios de consulta) pude compensar un poco el tiempo de trabajo que esta última clase faltó.

Reflexiones acerca de la propia práctica de enseñanza de la matemática

El problema planteado en la primera clase se vincula con la búsqueda de regularidades y la generalización de propiedades y relaciones nacidas de la reflexión sobre las mismas. Actualmente, estos contenidos se consideran transversales a todos los contenidos matemáticos de los distintos ejes e incluso de otras disciplinas, siendo además fundamentales para el desarrollo del pensamiento matemático. Tal como expresan Bressan & Gallego (2010), estudiar patrones y generalizarlos abre las “puertas” a la comprensión de las nociones de variable y fórmula, colabora a distinguir distintas formas de razonamiento y a valorar la simbolización matemática. Desde el enfoque de la Educación Matemática Realista (EMR), las citadas autoras señalan que:

> *se considera la enseñanza del álgebra como un proceso de reinvención guiada, que no ha de centrarse en la formalización prematura y la manipulación sintáctica rigurosa de expresiones algebraicas, sino que debe atender a los estadios preformales en los que se enfatizan los aspectos semióticos y pragmáticos en el uso de estas expresiones.* (p. 10).

Las dificultades habituales de los docentes para abordar este tipo de procesos de matematización, fundamentan la importancia de su tratamiento en la formación inicial. El problema de la pirámide numérica es, en este sentido, una oportunidad para que los estudiantes se involucren en una actividad de algebrización.

La estrategia metodológica utilizada para trabajar en esta clase, contempló momentos de trabajo individual o en pequeños grupos, y de trabajo colectivo. En concordancia con Vigotsky, la EMR considera el aprendizaje de la matemática como una actividad social. Según el principio de interacción de este enfoque, la educación debe procurar a los estudiantes la oportunidad de compartir sus estrategias y procedimientos de resolución con otros, tornándose fundamentales los momentos de discusión y trabajo grupal porque la reflexión suscitada en la interacción es la principal promotora de avances en el proceso de matematización. En concordancia con lo que expresan numerosos autores del ámbito de la educación matemática (Agrasar &

Chemello, 2008; Alsina, 2009; Ball, 2000, 2009; Godino et al., 2002; Gravemeijer, 1994; Sadovsky, 2005, entre otros) es necesario atender a los conocimientos matemáticos de los estudiantes que ingresan a la formación y ofrecer instancias de revisión, re-significación y enriquecimiento de estos saberes, entrando en diálogo con aquellos contenidos que aprendieron, cómo lo hicieron y nuevas maneras de concebirlos desde la perspectiva de su enseñanza.

En consecuencia, un docente que pudo experimentar este tipo de quehacer matemático como estudiante, podrá enfrentar con más herramientas el desafío que supone la planificación y gestión de este tipo de propuestas con los alumnos.

Durante esta clase se contemplaron distintas variables didácticas, entendidas como un recurso docente que posibilita ajustar una situación en función de sus estudiantes: el trabajo colectivo al inicio y cierre de la clase (para buscar regularidades y expresarlas, y avanzar en la generalización de las relaciones halladas); el uso de números intermedios (hasta la fila 6 y luego la 10) para favorecer el descubrimiento de relaciones y el trabajo a nivel coloquial (oral y escrito) primero y simbólico después para vincular estos lenguajes como medios para resolver problemas.

La escritura en este caso se abordó desde la formulación de la regla general que permite anticipar el último número de cualquier fila o la suma de todos los números de la misma. En base a las expresiones informales de los estudiantes se avanzó en la simbolización de las reglas encontradas en un proceso colectivo que posibilitó atribuir significado a las letras y símbolos utilizados.

La segunda clase puede analizarse recuperando la perspectiva de la "*buena enseñanza*" planteada anteriormente. Los docentes debemos favorecer los procesos de construcción de conocimientos en otros, hecho que nos demanda desplegar una compleja elaboración en la que se conjugan aspectos tales como la selección de contenidos, la distribución de los tiempos disponibles, las estrategias de enseñanza a utilizar y los vínculos con los estudiantes. Con todas estas cuestiones en mente, considero que las decisiones tomadas en la situación descripta estuvieron más centradas en la enseñanza que en el aprendizaje. Cada clase es una unidad temporal en sí misma y tiene un ritmo propio determinado por el docente, los estudiantes, los intercambios que entre ellos se producen y las actividades propuestas. Desde los sustentos teóricos que rigen mi práctica, es fundamental que la actividad matemática sea accesible e inclusiva y que la clase sea un espacio que invite a todos a pensar y producir. La velocidad de esta última clase no favoreció a todos los estudiantes en el sentido de no darles el espacio suficiente para aprender. Mirando nuevamente esta clase a la distancia, vuelvo a quedarme con más preguntas que respuestas: ¿qué otras decisiones podría haber tomado para favorecer el aprendizaje de todos los estudiantes?, ¿qué estrategias metodológicas podrían haber sido más apropiadas?, ¿el recorte conceptual fue el más adecuado a este grupo y situación?, ¿qué haría si volviera a estar en la misma situación...?

Conclusión

La escritura de este trabajo posibilitó mirar lo obvio desde otra perspectiva. Me habilitó a prestar atención, advertir y volver a aquellas cuestiones de la práctica que, por ser conocidas, resultan menos sondeadas, indagadas, exploradas. Leer, interpretar y reinterpretar las propias prácticas como extranjeros, al decir de Sardi (2013), sin dudas colabora a concientizar y enriquecer los procesos reflexivos de nuestro propio quehacer.

De este modo, según expresan Anijovich & Mora (2014), los docentes aprendemos sobre la enseñanza cuando planificamos, tomamos decisiones, pero también cuando ponemos en práctica nuestro diseño y reflexionamos sobre nuestras prácticas para reconstruir de este modo nuestras próximas intervenciones (p. 25). En este sentido, tanto las "*buenas*" como las "*malas clases*" pueden colaborar a re-pensar las prácticas en un ciclo reflexivo en el que acción y reflexión interactúan entre sí, con el objeto de tomar las mejores decisiones que abran la puerta a una matemática genuinamente al alcance de todos.

Bibliografía

- Agrasar, M. & Chamello, G. (2008). Los conocimientos matemáticos en la formación de maestros y maestras. ¿Qué y cómo aprenden los que van a enseñar? *Revista 12(ntes)*. Enseñar Matemática, nro. 3. Buenos Aires.
- Alsina, A. (2009). El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado. En M. J. González, M. T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 119-

127). Santander: SEIEM.

- Anijovich, R. & Mora, S. (2014). *Estrategias de enseñanza. Otra mirada al quehacer en el aula*. Buenos Aires: Aique.
- Ball, D. (2000). Tendiendo puentes entre prácticas. Articular los contenidos de enseñanza y la pedagogía en la formación docente- Traducción sujeta a revisión de: Ball D. Bridging practices, Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, Vol. 5 Nº 3, (pp.241-247). EEUU.
- Bressan, A. & Gallego, Ma. F. (2010). El proceso de matematización progresiva en el tratamiento de patrones. *Correo del Maestro.* N° 168. México: Correo del Maestro.
- Godino, J. D.; Batanero, C. & Font, V. (2002). *La formación matemática y didáctica de maestros como campo de acción e investigación para la didáctica de las matemáticas: el proyecto Edumat-Maestros.* Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, V Simposio sobre Aportaciones del área Didáctica de la Matemática a diferentes Perfiles Profesionales. Universidad de Alicante. España.
- Gotheter, G.; Avolio de Cols, S.; Dussel I. & Camilloni, A. (2007). ¿Qué es una buena clase? *Revista 12(ntes).* Enseñar Matemática, nro. 16. Buenos Aires. Recuperado de http://es.calameo.com/read/0015063907ccfb6d40e99
- Gravemeijer, K. (1994). Educational development and developmental research in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education* 25(5). EEUU.
- Litwin, E. (1998). La investigación didáctica en un debate contemporáneo. En Baquero. R. y cols. *Debates constructivistas*. Buenos Aires: Aique.
- Sadosvky, P. (2005). *Enseñar Matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Sardi, V. (2013). La escritura en la formación docente en Letras, en Sardi, Valeria (coord.) *Relatos inesperados. La escritura de incidentes críticos en la formación docente en Letras*. La Plata: Edulp. Recuperado de http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/27892